



# De la dynamique des jeunes systèmes planétaires

Rémy Reche

## ► To cite this version:

Rémy Reche. De la dynamique des jeunes systèmes planétaires. Astrophysique [astro-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008. Français. NNT : . tel-00482592

**HAL Id: tel-00482592**

**<https://theses.hal.science/tel-00482592>**

Submitted on 10 May 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier  
Spécialité : Astronomie & Astrophysique

# De la dynamique des jeunes systèmes planétaires

Présentée par **Rémy Reche** pour obtenir le diplôme de docteur  
de l'Université Joseph Fourier

Soutenue le 17 novembre 2008 devant le jury composé de :

M. Guy Pelletier	Président
M. Philippe Thébault	Rapporteur
M. Paul Kalas	Rapporteur
M. Alessandro Morbidelli	Examineur
M. Alexander Krivov	Examineur
M. Hervé Beust	Directeur de thèse
M. Jean-Charles Augereau	Directeur de thèse

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'AstrOphysique de Grenoble

*A ma mère, à mon père,*

# Table des matières

<b>I</b>	<b>La théorie</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	<b>Contexte</b>	<b>7</b>
1.1	Le Système Solaire . . . . .	7
1.2	Les systèmes extra-solaires . . . . .	8
1.3	Apport de la thèse . . . . .	12
<b>2</b>	<b>La dynamique des disques de débris</b>	<b>15</b>
2.1	Des disques de poussières à la masse négligeable . . . . .	15
2.2	L'interaction gravitationnelle . . . . .	15
2.3	Les autres interactions avec les étoiles Gustafson [1994] . . . . .	18
2.4	Les collisions . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Un intégrateur symplectique</b>	<b>24</b>
3.1	Introduction : Yoshida [1993] . . . . .	24
3.2	Les intégrateurs symplectiques . . . . .	25
3.3	Application à la dynamique planétaire . . . . .	27
<b>II</b>	<b>HD 141569</b>	<b>30</b>
<b>4</b>	<b>Notre étude</b>	<b>31</b>
4.1	Présentation . . . . .	31
4.2	Méthode . . . . .	31
4.3	Résultats (Reche et al. [2009]) . . . . .	37
4.4	Travaux suivants . . . . .	38
<b>III</b>	<b>Véga et l'évolution dynamique des ceintures de Kuiper extrasolaires</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>Une famille de disques à expliquer</b>	<b>49</b>
5.1	Présentation . . . . .	49
5.2	De la nécessité de migration planétaire . . . . .	50
5.3	Discussion critique du modèle de Wyatt [2003] . . . . .	52
<b>6</b>	<b>La généralisation du modèle</b>	<b>57</b>



*Table des matières*

6.1	Reche et al. [2008]	57
6.2	Les développements futurs	59
<b>7</b>	<b>Migration fixe ou dynamique ?</b>	<b>77</b>
7.1	Éléments orbitaux, énergie et moment cinétique	79
7.2	Rétroaction du disque	83
<b>IV</b>	<b>Perspectives</b>	<b>91</b>
<b>8</b>	<b>Vers un code collisionnel</b>	<b>92</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>95</b>

# Remerciements

Je souhaiterais remercier tout d'abord mes deux directeurs de thèse, Hervé Beust et Jean-Charles Augereau. Pendant trois ans, ils ont guidés mes recherches et m'ont transmis de nombreuses connaissances. Leurs nombreux conseils ont été précieux pour moi, notamment en fin de thèse pour mon orientation. Enfin, leur confiance m'a beaucoup stimulé tout au long de ma thèse.

Ensuite, je souhaiterais remercier mes “camarades de galères”, les autres thésards du LAOG, qui ont partagé mon quotidien et l'ont rendu plus plaisant. Mention spéciale à Timothé, Philippe et aux Nicolas pour m'avoir laissé briller à XBlast.

Je souhaiterais également remercier les chercheurs qui ont croisé ma route, au LAOG ou au travers de collaborations, pour leurs discussions enrichissantes et le plaisir de travailler (voire de résoudre) sur des problèmes complexes. Je tiens notamment à remercier ma deux rapporteurs de thèses pour leur remarques qui ont permis d'améliorer ce manuscrit de thèse.

Au sein du LAOG, je remercie également Jean-Louis et Alexandre pour leurs efforts sur le devenir des doctorants et pour m'avoir permis de trouver rapidement un travail dans une entreprise du secteur privé. Le service informatique et le secrétariat du laboratoire (notamment Richard, Khadidja et Valérie) ont également été toujours disponible pour moi et m'ont facilité mon travail.

Je remercie finalement ma famille et ma moitié pour leur soutien quotidien et leur patience pour avoir supporter ma passion, parfois envahissante, pour la physique et l'astronomie.

Première partie

La théorie

# 1 Contexte

## 1.1 Le Système Solaire

Pluton est-elle une planète ? Cette question agite la communauté des astronomes depuis plusieurs années avec la découverte de nouveaux corps dans le système solaire ayant une taille voisine, voire même plus grande, que celle de Pluton. Lors de sa 26<sup>me</sup> assemblée générale, l'Union Internationale Astronomique (IAU) a finalement tranché la question en apportant une nouvelle définition des objets du Système Solaire en adoptant la résolution 5A (traduction officielle) :

---

*En conséquence, l'Union Astronomique Internationale (U.A.I) décide de répartir les planètes et autres corps du système solaire en trois catégories de la manière suivante :*

*(1) Une "planète"<sup>1</sup> est un corps céleste qui (a) est en orbite autour du Soleil, (b) a une masse suffisante pour que sa gravité l'emporte sur les forces de cohésion du corps solide et le maintienne en équilibre hydrostatique, sous une forme presque sphérique, (c) a éliminé tout corps susceptible de se déplacer sur une orbite proche.*

*(2) Une "planète naine" est un corps céleste qui (a) est en orbite autour du Soleil, (b) a une masse suffisante pour que sa gravité l'emporte sur les forces de cohésion du corps solide et le maintienne en équilibre hydrostatique, sous une forme<sup>2</sup> presque sphérique, (c) n'a pas éliminé tout corps susceptible de se déplacer sur une orbite proche, (d) n'est pas un satellite.*

*(3) Tous les autres objets<sup>3</sup> en orbite autour du Soleil sont appelés "petits corps du Système Solaire".*

<sup>1</sup>*Les 8 planètes sont : Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, et Neptune.*

<sup>2</sup>*Une action spécifique sera organisée par l'U.A.I pour décider à quelle catégorie, planète naine et/ou autres classes, appartiennent les cas limites.*

<sup>3</sup>*Ceci inclut la plupart des astéroïdes du Système solaire, de la plupart des objets Trans-Neptuniens (O.T.N.), les comètes et tous les autres corps.*

---

Le nouveau point dans cette définition est la troisième condition : *[Une "planète" est un corps céleste qui] a éliminé tout corps susceptible de se déplacer sur une orbite proche.* Autrement dit, nous différencions désormais les corps célestes du Système Solaire en fonction de leur dynamique et de leur influence sur la dynamique des corps voisins. Il s'agit ici d'un exemple manifeste de l'impact de l'étude de la dynamique du système solaire car, considérée comme le "parangon" de la mécanique classique, la mécanique céleste est un vaste sujet d'étude pour les théoriciens. Les succès et découvertes majeurs du passé

comme la découverte de Neptune ne doivent cependant pas faire croire que tout est désormais connu dans le Système Solaire. Par exemple, la possibilité que Neptune ait, dans le passé, vu son orbite sensiblement s'agrandir, expliquant ainsi la distribution des Plutinos<sup>1</sup>, n'est envisagée que depuis une quinzaine d'années (Malhotra [1993]). Ce scénario a été depuis approfondi et exploré, une de ses réussites étant de pouvoir également expliquer l'épisode du Grand Bombardement Tardif (Levison and Morbidelli [2003]). L'étude des anneaux des planètes géantes et de leur cortège de satellites est aussi un autre sujet d'actualité. Le Système Solaire est ainsi en lui-même un excellent sujet d'étude mais la découverte et l'observation de système extra-solaires depuis quelques décennies a ouvert un champ d'application gigantesque à la mécanique céleste.

### 1.2 Les systèmes extra-solaires

Trois dates ont marqué la découverte des systèmes extra-solaires : la première observation d'un disque de débris autour de Véga (Aumann et al. [1984]), la première image résolue d'un disque de débris autour de  $\beta$  Pictoris (Smith and Terrile [1984]) et la première observation d'une planète extra-solaire autour de 51 Pegasi (Mayor and Queloz [1995]). Ces deux dernières décennies nous ont apporté une grande variété de systèmes planétaires et de faits observationnels à analyser, comprendre et modéliser. Et cela a totalement changé les théories de formation et d'évolution des systèmes planétaires. Par exemple, l'observation d'un grand nombre de planètes géantes détectées sur des orbites très petites a contraint les théoriciens à revoir les théories de formations planétaires. L'étude comparée de ces systèmes extra-solaires avec le Système Solaire est également riche d'enseignement car les observations sont complémentaires : nous pouvons observer des structures fines dans le disque de débris de notre système planétaire tandis que les autres systèmes offrent une approche statistique. Les sujets d'études sont variés et peuvent aussi bien concerner la dynamique des corps massifs ou du gaz, que le problème de la croissance des grains de poussières ou de l'interaction du gaz et des poussières avec le rayonnement de l'étoile. Devant la complexité de ces problématiques, chaque travail, comme cette thèse d'ailleurs, se restreint nécessairement à l'étude d'une petite partie du problème, mais le but reste bien de parvenir à une description théorique globale de la formation et de l'évolution des systèmes planétaires. Cela permettrait d'avoir une connaissance beaucoup plus précise des conditions dans lesquelles le Système Solaire s'est formé, comment la vie y est apparue et quels sont les systèmes extra-solaires les plus favorables à la recherche de vie extraterrestre. Mais avant de détailler le cadre et les objectifs de ma thèse, je vais tout d'abord détailler le contexte observationnel et théorique de l'étude des systèmes planétaires.

---

<sup>1</sup>Les Plutinos sont des objets de la ceinture de Kuiper en résonance 2 : 3 avec Neptune. Pluton est le membre le plus connu de cette famille et lui a ainsi donné son nom.

### 1.2.1 Des observations ...

Parmi les différents domaines de longueur d'onde et stratégie d'observations possibles, nous pouvons distinguer deux classes d'observations des systèmes planétaires.

Tout d'abord, les *observations directes* de la lumière provenant des poussières, du gaz, des planétésimaux ou des planètes en orbite autour d'une étoile (Augereau [2004]). Il peut aussi bien s'agir de la lumière de l'étoile diffusée par ces objets (dans les longueurs d'ondes visibles ou proche-infrarouges) que de leur propre émission thermique (dans les longueurs d'ondes moyen-infrarouges et millimétriques). Mais, pour les longueurs d'ondes visibles et infrarouges, la luminosité de l'étoile est au minimum  $10^3$  fois plus intense que celle du disque (Decin et al. [2003]) et il faut alors obligatoirement utiliser des masques coronographiques pour cacher cette lumière. Pour parvenir à des observations correctes, il faut donc un télescope capable de résoudre des objets d'une taille inférieure à 1000 UA (Table 1.1) et un instrument capable de détecter un disque circumstellaire beaucoup moins lumineux que l'étoile. Ces difficultés techniques expliquent pourquoi nous ne sommes capables de résoudre des disques circumstellaires que depuis le milieu des années 80, avec les premières images résolues du disque de  $\beta$  Pictoris (Smith and Terrile [1984]). Dans le domaine des longueurs d'onde allant du moyen-infrarouge au millimétrique, le rayonnement de l'étoile ne masque plus celui du disque, ce qui simplifie les observations. En revanche, outre le problème de la sensibilité toujours présent, la principale limitation dans ce domaine de longueur d'ondes reste la faible résolution des télescopes : on ne peut alors distinguer que les grandes structures d'un disque de débris, sans résoudre les régions internes des disques. Quelque soit le domaine de longueur d'onde, l'observation directe ne reste cependant valable que pour visualiser des sources suffisamment étendues, comme un disque de poussières et le gaz. Les moyens d'observations actuels ne peuvent observer des sources ponctuelles, comme un planète, proche d'une étoile que dans des cas bien spécifiques et peu fréquents (Chauvin et al. [2005]).

Si l'on cherche malgré tout à obtenir des informations sur les planètes et non plus uniquement sur les disques circumstellaires, il faut dès lors utiliser des *méthodes de détections indirectes*. La plus employée jusqu'à maintenant est la mesure d'éventuelles variations périodiques de la vitesse radiale d'une étoile. En effet, dans un système à deux corps, l'étoile et la planète orbitent toutes les deux autour du centre de masse du système. Grâce à l'effet Doppler, il est possible de détecter ce faible mouvement de l'étoile induit par son compagnon. La première planète ainsi détectée fut *51 Pegasi b* par [Mayor and Queloz, 1995]. Une autre méthode commence également à porter ses fruits et consiste à mesurer des variations périodiques de la lumière d'une étoile, correspondant cette fois-ci au transit, à l'éclipse, d'une planète devant elle. Avec ces deux méthodes de détection, et quelques autres plus anecdotiques, plus de 300 compagnons planétaires ont été découverts jusqu'à aujourd'hui (voir <http://exoplanète.eu/>), dont une partie appartient à des systèmes planétaires multiples (29 systèmes à ce jour).

Nous avons donc à l'heure actuelle des observations directes de disques circumstellaires et des observations indirectes de planètes mais nous avons très peu de cas de systèmes planétaires (Epsilon Eridani, HD 69830) dans lesquels ces deux composantes sont observées. Ceci illustre un des problèmes majeurs de l'étude systèmes planétaires :

nous observons de nombreux systèmes mais, pour chacun, nous n’obtenons que des informations partielles. En répétant les observations d’un système particulier dans plusieurs domaines de longueurs d’onde, nous accumulons petit à petit les informations mais le puzzle reste toujours incomplet. De plus, l’évolution d’un système planétaire peut être également perturbée par son environnement proche. Dans le but d’arriver à un modèle standard d’évolution des systèmes planétaires, les astronomes doivent donc sans cesse extrapoler pour compléter le puzzle de chaque système et tenter de trouver les fils de l’évolution reliant les systèmes entre eux.

### 1.2.2 ... aux modèles

Malgré ces difficultés d’observations, un cadre général se dessine désormais pour la formation et l’évolution des systèmes planétaires. On distingue deux grandes phases : la phase “disque protoplanétaire” et la phase “disque de débris”. Comme mes travaux de recherches portent sur les disques de débris, la phase protoplanétaire ne sera que succinctement évoquée dans ce document.

La phase protoplanétaire, la première chronologiquement, est définie par la proportion très importante de gaz dans le disque (la poussière ne représente que quelques pourcents de la masse totale du disque). Les planètes ne sont pas encore définitivement formées et continuent à accréter des matériaux. À cause des interactions avec le gaz, notamment des échanges de moments cinétiques, les planètes, ou embryons de planètes, migrent dans les régions internes du disque (Nelson et al. [2000]). À l’heure actuelle, il reste encore deux difficultés principales à résoudre concernant cette phase. Si l’on arrive à expliquer la croissance des grains de poussière du micron au millimètre et celle des planétésimaux de plusieurs dizaines de mètres jusqu’à la taille d’une planète, nous modélisons très mal cette croissance pour les objets de la taille voisine du mètre (Brauer et al. [2008]). Dans les modèles actuels, leur durée de vie est trop faible pour pouvoir croître jusqu’à une taille plus conséquente. Le deuxième problème concerne la fin des migrations des planètes dans le disque et comment les empêcher de spiraler jusqu’à l’étoile (Kuchner and Lecar [2002]).

À la fin de cette phase, les planètes sont sur des orbites rapprochées les unes des autres et proches de l’étoile centrale. Le disque protoplanétaire quant à lui a vu sa composition modifiée, avec la disparition presque totale du gaz qui a été soit accréte par l’étoile ou les planètes soit expulsé du système. Le disque ne contient alors pratiquement plus que des corps solides, des poussières microscopiques aux planètes. Mais les poussières sont plus ou moins sensibles à certaines forces, suivant leur taille, comme la pression de radiation ou le vent stellaire qui peuvent les expulser du système planétaire. De plus, les collisions destructives sont très fréquentes. Au final, le temps de vie des poussières est plus court que celui de l’âge du système de sorte que ces poussières doivent sans cesse être renouvelées par des collisions entre des corps plus gros. Ce phénomène dit de cascade collisionnelle explique donc la présence de poussières dans des systèmes vieux de plusieurs centaines de millions d’années. Les grains que l’on observe étant donc le produit de collisions sans cesse répétées, on désigne la phase qui suit les disques protoplanétaires par le terme de disque de débris.

## 1 Contexte

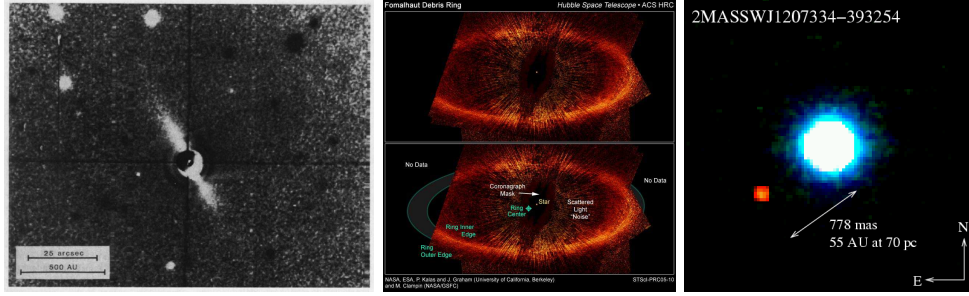


FIG. 1.1: Exemples de détections directes de jeunes systèmes planétaires. A gauche, la première image d'un disque de débris, celui de  $\beta$  Pictoris par Smith and Terrile [1984]. Au milieu, une image récente du disque de Fomalhaut par Kalas et al. [2006]. A droite, la première image d'une planète extrasolaire par Chauvin et al. [2005].

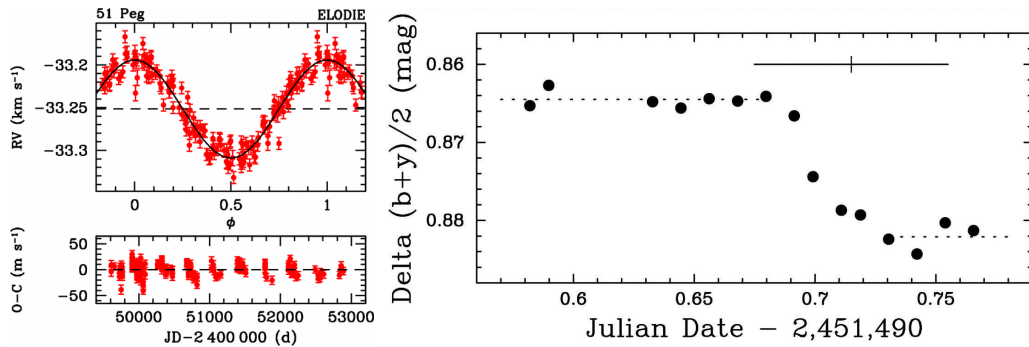


FIG. 1.2: Exemples de détections indirectes de planètes extrasolaires. A gauche, détection par effet Doppler de la planète *51 Pegasi b* par Mayor and Queloz [1995]. A droite, détection par transit de la planète *HD 209458 b* par Henry et al. [2000].



En l'absence de gaz, l'évolution du système est alors dominée par les interactions gravitationnelles entre les planètes elles-mêmes et entre les planètes et le disque de débris. Mais ces interactions peuvent être violentes et modifier significativement le système planétaire. L'application de la mécanique céleste au Système Solaire jeune a ainsi permis de montrer que Neptune a ainsi migré vers l'extérieur du Système Solaire sous l'influence initiale de Jupiter et Saturne, puis à cause des interactions avec le disque externe (Malhotra [1993], Levison and Morbidelli [2003]). Initialement plus proche du Soleil qu'Uranus, elle se trouve désormais sur une orbite plus lointaine.

Le principal problème de l'étude des disques de débris est que l'on arrive beaucoup mieux à décrire la dynamique des planétésimaux et des planètes, puisqu'ils ne sont pratiquement sensibles qu'à la gravitation, que celles des poussières parce qu'il faut alors prendre en compte les collisions et les interactions avec les radiations stellaires, qui sont plus difficiles à modéliser. Or, les observations nous montrent la distribution des poussières parce que la surface d'émission totale des poussières est bien plus grande que celle des planétésimaux ou planètes. L'interprétation des observations à l'aide des modèles théoriques, analytiques ou numériques, n'est donc pas triviale.

### 1.3 Apport de la thèse

Dans cette thématique très générale des systèmes planétaires, mon travail de thèse est plus spécifiquement centré sur la phase des disques de débris et la modélisation dynamique des différents corps de ces jeunes systèmes planétaires (étoiles, planètes, planétésimaux, poussières). Il s'agit en effet d'un domaine de recherche en pleine expansion puisque le nombre de disques découverts et résolus augmente rapidement ces dernières années et offre ainsi de nombreux sujets d'études. Étant donné la diversité des situations dynamiques, chaque système est un cas particulier à étudier, ce qui offre de nombreuses possibilités de recherches. Mon travail a ainsi été organisé autour de deux thématiques précises.

Premièrement, il s'agit d'appliquer les modèles et outils existants aux observations dans le but de reproduire la distribution spatiale des poussières, afin de tester la présence ou non de planètes à l'intérieur de ces disques, planètes qui sont encore invisibles pour l'imagerie directe à l'heure actuelle. Dans ce cadre, je me suis intéressé plus particulièrement au système triple HD 141569 (**partie II**). Il s'agit d'un disque bien résolu, observé de nombreuses fois et qui montre plusieurs structures clairement visibles. Il est déjà la source d'une abondante littérature mais plusieurs questions restent toujours ouvertes. Or, le code développé par mon directeur de thèse (Beust [2003]) a été conçu pour modéliser les systèmes multiples comme celui-ci et de nouvelles observations réalisées par Jean-Charles Augereau nous donnent des contraintes supplémentaires. Cela nous a donc conduit à mener une étude détaillée de la dynamique de ce système et a permis d'apporter des réponses sur le statut dynamique des compagnons, la présence ou non d'une planète dans le disque et d'émettre des hypothèses sur le passé de ce système.

Deuxièmement, il s'agit de participer au développement des modèles théoriques. Ainsi, j'ai concentré mon travail sur le problème des migrations de planètes dans les disques de débris et sur l'influence que peuvent avoir certains paramètres de la planète et du

disque (**partie III**). Mon travail a pu mettre en valeur que la forme finale du disque de poussières est particulièrement sensible à l'excentricité de la planète migrante ainsi qu'à l'excentricité moyenne du disque avant la migration. De plus, ce modèle de migration planétaire a déjà été envisagé pour modéliser le disque de Véra : j'ai donc pu également appliquer mes conclusions sur ce système en particulier, ce qui a permis de fixer une excentricité limite à l'orbite de la planète et à celles des planétésimaux.

Finalement, j'ai pu me rendre compte de l'importance des collisions dans la modélisation dynamique des disques de débris. Mais il s'agit d'un phénomène qu'il est difficile de traiter de manière satisfaisante à l'heure actuelle. Dans la dernière partie de cette thèse (**partie IV**), je discute de ce problème et des éventuelles solutions.

Objet	Type spectral	Diamètre (")	Diamètre (UA)	Références
$\beta$ Pictoris	A5	26	501	Smith and Terrile [1984]
HR 4796	A0	2.1	140	Koerner et al. [1998]
Fomalhaut	A3	36	259	Holland et al. [1998]
Véga	A0	140	1092	Holland et al. [1998]
$\epsilon$ Eridani	K2	66	212	Greaves et al. [2004]
HD 141569	B9.5	7.5	742	Weinberger et al. [1999]
$\tau$ Ceti	G8 V	37	133	Greaves et al. [2004]
HD 107146	G2	14	399	Ardila et al. [2004]
$\eta$ Corvi	F2 V	11.3	205	Wyatt et al. [2005]
AU Mic	M1	29.25	290	Krist et al. [2005]
HD 32297	A0	5.8	655	Schneider et al. [2005]
HD 53143	K1	6	110	Kalas et al. [2006]
HD 139664	F5 IV	5.5	96	Kalas et al. [2006]
HD 15115	F2	19.38	872	Kalas et al. [2007b]
HD 15745	F2	7.5	480	Kalas et al. [2007a]
HD 61005	G8 V	6	207	Hines et al. [2007]

TAB. 1.1: Disques de débris résolus à ce jour, d’après “*Catalog of Resolved Circumstellar Disk*” (<http://circumstellardisks.org/>). Les références sont les papiers ayant reportés la première observation résolue de ces disques.

## 2 La dynamique des disques de débris

### 2.1 Des disques de poussières à la masse négligeable

La composition des disques circumstellaires dépend de leur âge : plus celui-ci est vieux, moins il contient de gaz. L'importance relative des différents mécanismes physiques dans la dynamique des disques varie alors au cours du temps. Pour les disques débris, cela signifie donc que la force gravitationnelle prédomine. Le gaz, s'il est encore présent, constitue une part négligeable dans la masse du disque et il n'est plus capable de créer une force de friction susceptible de perturber la dynamique des poussières. Seul le rayonnement des étoiles, à travers des effets comme la pression de radiation ou le vent stellaire, peut constituer une deuxième force influente pour les poussières.

Une autre caractéristique des disques de débris est que leur masse est négligeable devant celle des étoiles du système. Il s'agit donc de disques dont on peut négliger l'auto-gravité. En conséquence, le champ de gravitation du système ne dépend que des étoiles et des planètes qui le composent : ceux sont les *corps pesants*, ou *massifs*. Par opposition, on appellera *poussières* tous les autres objets appartenant au disque, qu'ils soient des corps de la taille du micron ou de plusieurs kilomètres.

### 2.2 L'interaction gravitationnelle

La résolution des équations du mouvement de 2 corps sensibles à la gravitation, ou problème képlérien, donne pour solution que la trajectoire décrite d'un corps relativement à l'autre est une conique : elliptique, parabolique ou hyperbolique suivant les conditions initiales. Au lieu de considérer la position et la vitesse des corps, il est alors plus utile de décrire l'orbite parcourue par 6 grandeurs, les *éléments orbitaux*, qui définissent la forme de la conique, son orientation par rapport à l'observateur et la position du corps sur cette conique. Ces 6 constantes usuelles d'intégration du mouvement d'un objet sur une orbite sont (Fig. 2.1) :

- $a$ , le *demi-grand axe* de l'orbite.
- $e$ , l'*excentricité* de l'orbite.
- $\Omega$ , la *longitude du noeud ascendant*.
- $i$ , l'*inclinaison* de l'orbite, comptée de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ .
- $\omega$ , l'*argument du périastre*.
- $t_p$  est le temps de passage de l'objet au périastre.

Pour de faibles inclinaisons,  $\omega$  et  $\Omega$  peuvent être mal définis. On peut alors introduire la longitude du périastre  $\varpi = \omega + \Omega$  qui est elle toujours déterminée.

Toutefois, dès que l'on considère un système à plus de 2 corps, il n'existe plus de solution analytique exacte pour la résolution des équations du mouvement. On doit alors considérer la théorie de Lagrange, extension du problème képlérien, dans laquelle on peut résoudre les équations du mouvement lorsque la dynamique du système est dominée par la masse d'un des corps et que l'influence des autres corps peut être décrite par une force perturbatrice. Pour résoudre ce problème, on considère alors une orbite auxiliaire, appelée *orbite osculatrice*, qui correspondrait à la trajectoire suivie si la force perturbatrice disparaissait. Cette orbite se confond donc avec la trajectoire réelle pendant un temps  $dt$  et les éléments orbitaux qui la décrivent sont appelés *éléments osculateurs*. Trouver une solution revient alors à déterminer les équations faisant évoluer ces éléments orbitaux en fonction de la force perturbatrice. Une fois qu'ils sont exprimés comme des fonctions dépendantes du temps, la position et la vitesse du corps deviennent parfaitement déterminées.

### 2.2.1 Deux comportements dynamiques

La force perturbatrice de la théorie de Lagrange peut être décrite comme dérivant d'un potentiel (voir Murray and Dermott [2000] par exemple). Pour trouver les équations d'évolution des éléments osculateurs, la formulation hamiltonienne est alors souvent employée. L'idée principale est que ces éléments orbitaux varient lentement et que l'on peut moyenner l'hamiltonien sur ses variations rapides, c'est à dire sur les positions des différents astres. On considère en quelque sorte l'influence moyenne de chaque objet sur les autres. Ce raisonnement n'est toutefois valable que si les positions des planètes et des planétésimaux sont des variables indépendantes. Or l'on observe, par exemple, dans le système solaire que les périodes des orbites sont souvent commensurables entre elles, i.e. leur rapport est proche d'une fraction rationnelle. Par exemple, à deux périodes d'Uranus correspondent 1.02 période de Neptune. Leurs perturbations mutuelles s'amplifient car elles s'additionnent au lieu de se moyenner sur toute l'orbite. On parle ici de *résonance de moyen mouvement*. Un corps réalisant  $p + q$  orbites pendant qu'un autre en réalise  $p$  est dit être en résonance  $(p + q) : p$  avec ce dernier.  $|q|$  est appelé *ordre de la résonance* et correspond également au nombre de conjonctions entre les deux astres. Par exemple, Neptune est pratiquement en résonance 1 : 2 avec Uranus. Il existe d'autres types de résonances dans les systèmes stellaires. Il en existe même pour chaque jeu de fréquences fondamentales du système. Ainsi, les résonances sur les fréquences de précession s'appellent *résonances séculaires*. Mais celles-ci sont nettement plus faibles et difficiles à observer que les résonances de moyen mouvement et seront ignorées dans la suite de ma thèse.

La résolution des équations du mouvement est donc différente suivant qu'une particule est en résonance ou pas. Les poussières d'un disque de débris peuvent ainsi être partagées en deux populations distinctes suivant qu'elles sont en résonances ou non. Ayant des comportements dynamiques différents, on s'attend à ce qu'il en soit de même pour les distributions spatiales de ces deux populations.

**Les planétésimaux non résonants** L'étude de la dynamique d'une particule non résonante se fait en moyennant les perturbations gravitationnelles sur son orbite et celle du corps massif perturbateur pour calculer les variations séculaires de ces éléments orbitaux. Les résultats de cette *théorie perturbatrice séculaire* montrent que le demi-grand axe de la particule reste constant tandis que l'excentricité, l'inclinaison, l'argument du péricentre et la longitude du noeud ascendant oscillent autour d'une valeur fixe avec une certaine amplitude. Pour un élément orbital donnée, cette valeur fixe est appelée *élément forcé* et l'amplitude *élément propre*. La théorie montre également que les éléments forcés ne dépendent que de la valeur du demi-grand de la particule et des éléments orbitaux du perturbateur tandis que les éléments propres dépendent eux des conditions initiales de la trajectoire du planétésimal. Enfin, la fréquence d'oscillation des éléments orbitaux est appelée *fréquence de précession* et dépend de la masse du perturbateur et des demi-grand axes de particule et du perturbateur.

Comme les éléments forcés sont identiques pour des particules partageant le même demi-grand axe, ces variations séculaires peuvent ainsi créer des déformations dans les disques assez importantes pour être observables, comme des anneaux de poussières décentrés par rapport à leur étoile ou des déformations verticales du disque (Wyatt et al. [1999]). En outre, la précession différentielles des orbites, i.e. le fait que la fréquence de précession varie avec le demi-grand axe, peut également engendrer des ondes spirales dans les anneaux de poussières.

La théorie perturbatrice séculaire ne peut toutefois pas rendre compte des effets dûs aux rencontres proches entre un corps massif et des particules puisqu'il s'agit de phénomènes modifiant fortement leurs orbites. D'autres méthodes analytiques (Tremaine [1993]) sont néanmoins utilisables pour décrire ces rencontres proches et montrent qu'une planète nettoie l'espace au voisinage de son orbite, si elle est assez massive (voir la discussion sur Pluton dans le chapitre 1). Les planètes génèrent donc des sillons dans les disques de débris, dont la largeur dépend de leur masse.

**Les planétésimaux résonants** Les développements théoriques utilisés pour des poussières non résonantes ne sont plus valables lorsque leurs orbites sont synchronisées avec celle du perturbateur, comme c'est le cas avec les résonances de moyen mouvement. Leur dynamique doit être alors décrite par une autre théorie (Murray and Dermott [2000]). Chaque résonance de moyen mouvement est définie par un angle caractéristique  $\sigma$  qui fixe la position des conjonctions entre la particule et le corps massif avec lequel il est en résonance. Cet angle évolue lentement par rapport aux périodes des objets et l'étude des trajectoires au voisinage d'une résonance peut se faire plus facilement dans un plan  $X = e \cos \sigma$  et  $Y = e \sin \sigma$  (Fig. 2.2 pour une résonance d'ordre 1). Chaque courbe fermée est une trajectoire possible, déterminée par la valeur de l'hamiltonien. On observe alors deux familles de courbes. La première correspond à de faibles ou à de grandes excentricités. Les courbes sont des cercles déformés où  $\sigma$  prend toutes les valeurs possibles. On dit alors que cet angle *circule* et que ces orbites sont *en dehors de la résonance*. La deuxième famille est elle formée de courbes en croissant :  $\sigma$  oscille avec une plus ou moins grande amplitude autour de  $180^\circ$ . Il s'agit d'un *mouvement de libration* et  $\sigma$  est contraint : l'or-

bite est alors *en résonance*. Comme tout phénomène physique de résonance, il existe donc une force de rappel qui ramène le système dans sa position d'équilibre lorsque celui-ci s'en éloigne. Pour une résonance d'ordre supérieur, l'analyse serait identique, à ceci près qu'il y aurait plusieurs positions de conjonction sur l'orbite.

Lorsqu'une particule est en résonance, elle est initialement protégée des rencontres proches avec le corps massif en résonance grâce au mouvement de libration qui la contraint à rester dans des zones stables de l'espace des phases. Les résonances peuvent donc être vues comme des stabilisateurs d'orbites qui gardent synchronisé le mouvement des particules avec le corps massif résonant. Cela génère alors des phénomènes collectifs apparaissant sous la forme de zones de sur-densités, d'anneaux ou de vides dans la distribution spatiale des planétésimaux, en fonction de la masse et de l'excentricité du corps massif (figure 5.2, **partie III**).

Mais une particule voit aussi son excentricité augmenter au fil du temps sous l'influence du corps massif, et ce d'autant plus vite que le perturbateur est lui-même sur une orbite excentrique. Lorsque l'excentricité de la particule devient trop élevée, la résonance ne suffit plus à la protéger des rencontres proches et la particule finit par être éjectée lors d'une rencontre proche avec le corps massif. Lorsqu'une résonance augmente très rapidement l'excentricité, comme cela est généralement le cas pour les résonances internes, elle joue alors un rôle plus déstabilisateur que stabilisateur. Ainsi les "Lacunes de Kirkwood" dans la ceinture d'astéroïdes du Système Solaire correspondent aux résonances  $3 : 1$ ,  $4 : 1$  et  $5 : 2$  avec Jupiter. Les astéroïdes qui se trouvaient dans ces lacunes ont atteint de telles excentricités que leurs trajectoires ont coupé celles des planètes et ont été donc éjectés de la ceinture d'astéroïde, soit vers l'extérieur du Système Solaire soit en direction du Soleil générant ainsi des "*falling evaporating bodies*" (Beust and Morbidelli [1996]).

### 2.3 Les autres interactions avec les étoiles Gustafson [1994]

Une étoile peut influencer la dynamique des poussières d'un disque de débris au travers d'autres forces que la gravitation : le rayonnement ou le vent stellaire peut interagir avec les poussières en déposant de petites quantités de mouvement ou le champ magnétique de l'étoile peut modifier la trajectoire des grains électriquement chargés. Mais l'incidence de ces forces sur la trajectoire d'une poussière varie considérablement suivant la taille de la poussière et le type spectral de l'étoile, de sorte que, suivant le problème dynamique considéré, elles peuvent être négligées, en partie ou en totalité. Je vais donc lister ci-dessous les effets que l'on peut trouver dans la littérature et indiquer lesquels peuvent éventuellement compter pour les disques de débris que j'ai étudiés durant ma thèse.

#### 2.3.1 Le rayonnement stellaire

**La pression de radiation** les particules de poussières de petites tailles (en dessous de 0.1 mm), sont sensibles à l'influence du rayonnement des étoiles du système dont elles font parties. Les photons portent une certaine quantité de mouvement proportionnelle

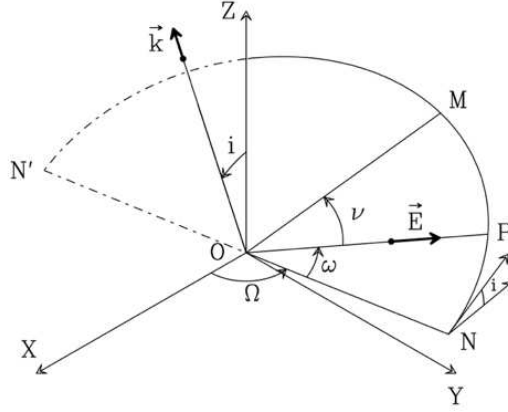


FIG. 2.1: Les paramètres angulaire d'une orbite.

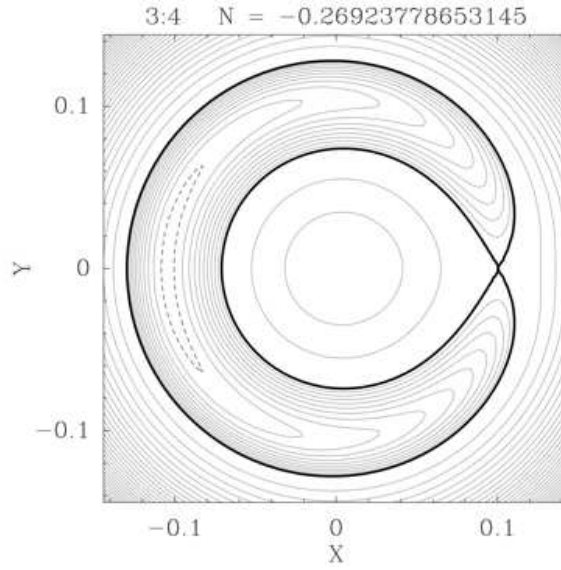


FIG. 2.2: **Diagramme de phase** d'une résonance de moyen mouvement. Il s'agit de la résonance 3 :4 correspondant au cas Titan-Hypérion.  $X = e \cos \sigma$  et  $Y = e \sin \sigma$  où  $e$  est l'excentricité d'Hypérion et  $\sigma$  est l'angle caractéristique de la résonance. La courbe correspondant à la trajectoire actuelle d'Hypérion est représentée en pointillée.



à leur énergie. Lors d'un choc inélastique avec une particule de matière (i.e. absorption du photon), cette dernière acquiert la quantité de mouvement du photon, car la quantité de mouvement totale doit être conservée. Dans le cas d'un disque circumstellaire, les poussières qui absorbent les photons émis par l'étoile subissent ainsi une force radiale qui s'oppose à la gravité et s'exprime par :

$$\vec{F}_r = \frac{SgQ_{pr}}{c} \frac{\vec{r}}{r}$$

où  $S$  est le flux d'énergie radiative de l'étoile,  $g$  la section efficace géométrique de la particule,  $c$  la vitesse de la lumière,  $Q_{pr}$  le facteur d'efficacité adimensionnel de la pression de radiation moyenné sur tout le spectre d'émission de l'étoile et  $\vec{r}$  le vecteur position de la particule par rapport à l'étoile. Comme le flux d'énergie  $S$  décroît en  $r^{-2}$ , cette force due à la pression de radiation à la même dépendance à la distance que la force de gravité. C'est pourquoi on définit habituellement le coefficient adimensionnel  $\beta_{pr}$  comme le rapport de la force répulsive des photons sur la force de gravitation de l'étoile :

$$\beta_{pr} = -\frac{F_r}{GMm/r^2} = \frac{S}{GMc} \frac{g}{m} Q_{pr}$$

où  $G$  est la constante de gravitation,  $M$  la masse de l'étoile et  $m$  celle de la particule de poussière. Le facteur  $C_r = S/(GMc)$  ne dépend que des propriétés de l'étoile ( $7.6 \times 10^{-5} g \text{ cm}^{-2}$  pour le Soleil) tandis que le facteur  $Q_{pr}g/m$  ne dépend que de la forme et de la composition du grain de poussière. Pour des grains de taille supérieure au micron,  $Q_{pr}$  est constant,  $g$  varie comme le taille du grain au carré tandis que la masse  $m$  est proportionnelle au volume, c'est à dire à la taille des grains au cube.  $\beta_{pr}$  varie donc comme l'inverse de la taille des grains. Pour des particules les plus fines,  $Q_{pr}$  est modifiée par des phénomènes de diffractions dépendant de la taille de la particule, ce qui explique le changement de régime.

Quoi qu'il en soit, la force totale (gravité + pression de radiation) qui s'applique sur la particule de matière s'écrit :

$$F = GMm \frac{1 - \beta}{r^2}$$

On obtient toujours un problème képlérien, mais avec une masse "active" de l'objet central plus faible.

Les conséquences sur le système sont multiples. Tout d'abord, sa stabilité est menacée : il est clair qu'avec un  $\beta$  supérieur à 1, la particule est rapidement éjectée. Mais même un  $\beta$  de 0.5 suffit pour libérer la particule de l'attraction du corps central, quand l'on considère qu'ils sont produits par des corps parents en orbite quasi-circulaire (Augereau and Beust [2006]). Deuxième conséquence, des populations avec des  $\beta$  différents mais placées sur la même orbite ne vont pas à la même vitesse : plus le  $\beta$  est élevé (tout en restant inférieur à 0.5), plus la particule est lente. Cela a donc pour effet de modifier les périodes de rotation des poussières autour de l'étoile et change donc la distance à laquelle ces particules entrent en résonance de moyen mouvement avec une planète : pour une résonance donnée, plus le  $\beta$  est élevé, plus les particules doivent avoir un demi-grand axe petit.

**L'effet Poynting-Robertson** L'effet Poynting-Robertson est une correction relativiste à la pression de radiation, c'est un effet d'aberration de la lumière. La direction des impacts des photons sur la poussière orbitant autour de l'étoile n'est pas perpendiculaire à la direction de l'orbite, mais légèrement inclinée : depuis la perspective de la particule, les photons semblent provenir légèrement plus de l'avant que de l'arrière. C'est cette inclinaison qui définit l'angle d'aberration. En tenant compte de cette correction relativiste, la force de radiation que subit une particule de poussière est, au premier ordre en  $v/c$  :

$$\vec{F}_r = \frac{GMm}{r^2} \beta_{pr} \left[ \left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} \right) \frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{v}}{c} \right]$$

où  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse de la particule et  $\dot{r} = \vec{v} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$  sa vitesse radiale. Les photons font donc obstacle au mouvement de la poussière, ce qui lui fait perdre de l'énergie et du moment cinétique : sa vitesse ralentit et elle se rapproche alors de l'étoile en spiralant. Cet effet s'oppose à la pression de radiation qui tend elle à repousser les poussières, c'est pourquoi il n'est important que pour les particules de tailles intermédiaires comprises entre le millimètre et le mètre, trop grosses pour être sensibles à la pression de radiation mais trop petites pour pouvoir ignorer l'effet Poynting-Robertson. Cet effet reste cependant assez faible : dans le Système Solaire, une particule migre vers le Soleil en  $400r^2/\beta$  ans. Un article récent (Wyatt [2005a]) a même montré que l'effet Poynting-Robertson est négligeable dans les disques de débris. Avant de pouvoir suffisamment migrer vers l'intérieur du système, ces poussières de tailles intermédiaires subissent plusieurs collisions dont les produits, plus petits, deviennent sensibles à la pression de radiation qui les repousse vers l'extérieur. Les conséquences de l'effet Poynting-Robertson ne sont donc observables que pour des systèmes dont le temps de migration est inférieur au temps de collision. Comme le taux de collision est proportionnel à la densité de particules, seul les disques les moins denses, donc les plus vieux, satisfont cette condition.

### 2.3.2 Le vent stellaire

Dans le paragraphe précédent, on peut remarquer que l'expression de la force due au rayonnement stellaire ne dépend pas de la nature ondulatoire de la lumière (à l'exception du coefficient  $Q_{pr}$ ). L'interaction des poussières avec le vent stellaire, principalement des protons, peut alors se décrire de manière analogue avec un terme correspondant à la "pression de radiation" et un autre à "l'effet Poynting-Robertson" :

$$\vec{F}_{sw} = \frac{GMm}{r^2} \beta_{sw} \left[ \left( 1 - \frac{\dot{r}}{v_{sw}} \right) \frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{v}}{v_{sw}} \right]$$

$$\beta_{sw} = -\frac{F_{sw}}{GMm/r^2} = \frac{g}{m} C_{sw}$$

où  $v_{sw}$  est la vitesse du vent stellaire et  $C_{sw}$  une constante ne dépendant que des caractéristiques de l'étoile ( $3.6 \times 10^{-8} g cm^{-2}$  pour le Soleil). Dans notre Système Solaire, on a donc  $C_{sw}/C_r \sim 10^{-3}$  ce qui permet de négliger la pression due au vent stellaire

par rapport à la pression de radiation. En revanche, l'effet Poynting-Robertson est plus marqué avec le vent stellaire parce qu'il dépend du rapport  $v/v_{sw}$  et non plus du rapport  $v/c$ . Dans notre Système Solaire, l'effet Poynting-Robertson dû au vent stellaire peut ainsi représenter jusqu'à 30% de l'effet Poynting-Robertson dû aux radiations stellaires.

Cependant, pour les systèmes étudiés durant ma thèse, aucun de ces deux effets n'a un impact significatif sur la dynamique des poussières et ont donc été négligés lors de mes travaux de modélisation.

**Force de Lorentz** A cause de la photo-émission d'électrons du à l'absorption de photons ultraviolets, les particules de poussières dans un disque de débris sont chargées électriquement. Elles subissent donc la force du champ magnétique portée par les particules chargées du vent stellaire. Cependant, les modèles théoriques montrent que cette force n'est vraiment influente qu'à de très grandes distances de l'étoile, typiquement l'héliopause pour le Système Solaire. Comme de plus, la quantité de charge portée par les particules de poussières est assez mal connue, cette force a également été négligée durant ma thèse.

### 2.3.3 Autres forces

Des effets plus exotiques peuvent être trouvés dans la littérature, comme l'effet Yarkovsky pour les corps en rotation sur eux-mêmes ou le "*sputtering*" concernant l'érosion des particules de poussières par le vent solaire. Mais ces effets très fins sont déjà très mal connus dans notre Système Solaire et même sujet à controverse pour certains. Il serait donc inutile de vouloir introduire de telles forces dans nos simulations étant donné ces incertitudes et le travail qu'il reste à mener sur d'autres forces perturbatrices plus importantes.

A la suite de ce bref aperçu des différents effets que peut engendrer le vent ou le rayonnement stellaire, il apparaît que la pression de radiation est le seul effet qui puisse avoir un impact non négligeable pour la modélisation dynamique des disques de débris observés. Cependant, cette force n'est importante que pour les particules les plus petites et a donc été souvent négligée elle aussi dans mes études.

## 2.4 Les collisions

Le traitement des collisions des grains de poussières a été une préoccupation importante durant ma thèse parce que, paradoxalement, mes modélisations n'en tiennent pas compte. Comme cela est détaillé dans la dernière partie de cette thèse, il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode permettant d'incorporer les collisions dans un code numérique à N-corps pour l'étude, sur de grandes échelles de temps, de la dynamique d'un disque de débris. Or les collisions ne sont, à priori, pas un phénomène que l'on peut négliger parce qu'elles sont responsables de la création et du renouvellement des poussières les plus fines et parce que les petites modifications de trajectoires qu'elles engendrent sur les particules peuvent avoir une influence sur le long terme. Cependant, ces effets dynamiques

ne restent que des perturbations par rapport à la force de gravitation, surtout lorsque l'on s'intéresse à la modélisation des planétésimaux, des poussières les plus grosses du disque de débris. Durant ma thèse, j'ai donc suivi une approche pragmatique : puisque les collisions ne peuvent être prises en comptes, j'ai modélisé les interactions gravitationnelles de ces jeunes système planétaires le plus fidèlement possible tout en explorant un large espace des paramètres, de façon à pouvoir déterminer quelles structures observées sont dûe à la gravitation et lesquelles ne sont pas reproductibles avec cette seule force. Une fois ces bases établies, il est alors possible de discuter de l'influence des effets négligés (collisions, pression de radiation ...) afin de reproduire l'ensemble des structures d'un disque de débris.

## 3 Un intégrateur symplectique

La résolution des équations du mouvement des systèmes à plus de 2 corps n'est généralement pas possible analytiquement. Pour obtenir néanmoins des solutions approximatives, il faut alors faire évoluer, ou intégrer les équations du mouvement, par petits pas de temps. Avec la puissance sans cesse grandissante des moyens de calculs informatiques, l'intégration numérique est devenue la principale méthode pour résoudre la plupart des problèmes rencontrés en dynamique. Il y a donc un développement constant de ces intégrateurs pour les rendre sans cesse plus précis et plus stables, plus proches de la réalité. Mais il faut également que leur utilisation permette d'aboutir à des résultats en un temps raisonnable, faute de quoi ils ne seraient pas utilisés en pratique.

### 3.1 Introduction : Yoshida [1993]

#### 3.1.1 Le principe d'un intégrateur

Soit un système d'équations différentielles,

$$\frac{dz}{dt} = f(z) \quad (3.1)$$

On cherche à obtenir une solution approximative de  $z$  à  $t = 0$  jusqu'à  $z'$  à  $t = \tau$  de la forme  $z' = \psi(z, \tau)$ , où  $\tau$  est le *pas de temps*, supposé petit. La première méthode développée fut celle d'Euler et réalise l'application suivante :

$$z' = \psi(z, \tau) = z + \tau f(z) \quad (3.2)$$

Cette méthode d'Euler est précise au premier ordre, puisque (3.2) vérifie le développement de Taylor de la solution exacte :

$$z' = z + \tau f(z) + \frac{\tau^2}{2} f'(z) f(z) + \frac{\tau^3}{6} \left( f''(z) f(z) + f'(z)^2 \right) f(z) + \dots \quad (3.3)$$

jusqu'au premier ordre en  $\tau$ . On appelle une application  $z' = \psi(z, \tau)$  un intégrateur du nième ordre, si elle vérifie le développement de Taylor (3.3) jusqu'à l'ordre  $\tau^n$ . Par exemple, la célèbre méthode Runge-Kutta est du 4<sup>me</sup> ordre.

#### 3.1.2 Le problème de la dérive en énergie

Appliquons maintenant ces méthodes d'intégrations traditionnelles à l'exemple simple d'un oscillateur harmonique à une dimension. L'hamiltonien du système est :

### 3 Un intégrateur symplectique

$$H = \frac{1}{2} (p^2 + q^2) \quad (3.4)$$

où  $p$  et  $q$  sont les variables d'impulsions et de positions conjuguées. Nous savons que la solution exacte est :

$$\begin{pmatrix} q(\tau) \\ p(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q(0) \\ p(0) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Par contre, la méthode d'Euler (3.2) approxime (3.4) par :

$$\begin{pmatrix} q' \\ p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \tau \\ -\tau & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Cela a pour conséquence que la valeur de l'énergie est multipliée par  $(1 + \tau^2)$  à chaque pas de temps. De même, en utilisant la méthode de Runge-Kutta du 4<sup>me</sup> ordre, on obtient la variation d'énergie artificielle suivante :

$$(p'^2 + q'^2) = \left(1 - \frac{1}{72}\tau^6 + \dots\right) (p^2 + q^2) \quad (3.7)$$

Même si la dérive de l'énergie est plus faible qu'avec la méthode d'Euler, elle n'en reste pas moins toujours présente. Cela implique que les résultats des simulations finissent toujours par diverger des solutions exactes pour des temps d'intégrations suffisamment grands. En pratique, cela revient à imposer l'utilisation de pas de temps très petits pour réduire cette dérive au maximum. La durée d'exécution totale de la simulation informatique se rallonge donc significativement pour obtenir une précision suffisante.

## 3.2 Les intégrateurs symplectiques

Pour des hamiltoniens indépendants du temps, l'énergie totale est conservée et l'application de  $(q, p)$  à  $t = 0$  en  $(q', p')$  à  $t = \tau$  est une transformation canonique (ou symplectique), i.e. la structure symplectique de l'espace des phases est conservée. Or, les méthodes d'Euler et de Runge-Kutta violent ces deux propriétés. On peut donc chercher à construire un intégrateur qui les respectent, mais il est démontré qu'il ne peut y avoir une telle méthode pour des hamiltoniens non-intégrables. Par contre, il est possible de développer des intégrateurs qui conservent l'une ou l'autre de ces propriétés. Ceux qui conservent la structure de l'espace des phases sont appelés *intégrateurs symplectiques* et leur étude a débuté au début des années 80.

### 3.2.1 Un exemple : Ruth (1983)

On cherche une méthode d'intégration symplectique pour des hamiltoniens de la forme  $H = T(p) + V(q)$ , où  $q$  et  $p$  sont les vecteurs positions et impulsions des corps du système. Cette séparation permet de distinguer l'énergie cinétique  $T(p)$  de l'énergie potentielle

### 3 Un intégrateur symplectique

$V(q)$ . Au premier ordre, un simple changement dans la méthode d'Euler permet de la rendre symplectique :

$$q' = q + \tau \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{p=p}, \quad p' = p - \tau \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)_{q=q'}$$

Cette transformation est canonique parce qu'elle est la composition de deux applications canoniques  $(q, p) \rightarrow (q', p)$  et  $(q', p) \rightarrow (q', p')$ . Le point important à retenir, et qui rend la méthode d'Euler symplectique, est que ces deux applications se vont *succcessivement*. La deuxième transformation se fait au point  $q = q'$  et non à la position initiale, contrairement aux équations canoniques classiques. L'idée pour construire des intégrateurs d'ordre supérieur est d'approximer le flot hamiltonien par une composition de transformations symplectiques triviales :

$$S_T(c_i\tau) : q' = q + c_i\tau \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right), \quad p' = p$$

$$S_V(d_i\tau) : q' = q, \quad p' = p - d_i\tau \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)$$

Les coefficients numériques  $(c_i, d_i)$  sont déterminés afin que la transformation  $(q, p) \rightarrow (q', p')$  coïncide avec le développement de Taylor de la solution jusqu'à l'ordre  $\tau^n$ . Ainsi, pour intégrateur du deuxième ordre, on obtient :

$$q^* = q + \tau \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{p=p}, \quad p' = p - \tau \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)_{q=q^*}, \quad q' = q + \tau \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{p=p'}$$

On peut développer des intégrateurs d'ordre supérieur pour augmenter la précision des résultats, mais cela se fait au détriment de la vitesse de calcul du programme utilisant ces méthodes.

#### 3.2.2 Un gain en précision et en temps de calcul

Les intégrateurs symplectiques conservent la structure de l'espace des phases mais pas l'énergie totale du système. Par contre, *l'erreur sur l'énergie totale est bornée* à l'ordre  $\tau^n$  pour un intégrateur d'ordre  $n$ . Contrairement aux méthodes traditionnelles, il n'y a pas d'augmentation séculaire de l'énergie et les simulations restent stables aux grands temps. De plus, cette stabilité permet d'utiliser des pas de temps plus grands : cela réduit en conséquence la durée totale des simulations.

A titre d'exemple, voici une comparaison réalisée par Kinoshita et al. [1991] entre 3 intégrateurs (table 3.1). Il s'agit de simuler l'orbite d'un satellite artificiel perturbée par la forme oblate de la Terre, sur 1000 périodes. SI4 est un intégrateur symplectique classique et RK4 est un intégrateur Runge-Kutta du 4<sup>me</sup> ordre et non symplectique. MSI4 est un autre intégrateur symplectique du quatrième ordre qui utilise le fait que l'on peut séparer l'hamiltonien en une partie principale et une partie perturbative, comme cela est

### 3 Un intégrateur symplectique

développé dans la section suivante. Les résultats illustrent bien l'efficacité des intégrateurs symplectiques par rapports aux anciennes méthodes. Ainsi, pour la dynamique stellaire, on aura typiquement un pas de temps correspondant à un vingtième de l'orbite que l'on cherche à simuler, alors qu'il faudrait un pas de temps égal à un millième de l'orbite pour obtenir la même précision avec un intégrateur Runge-Kutta.

	MSI4	SI4	RK4
$\tau(\text{sec})$	100	10	10
$\Delta E$	$6.1 \times 10^{-9}$	$6.2 \times 10^{-9}$	$8.1 \times 10^{-8}$
CPU time(sec)	11.8	15.9	19.9

TAB. 3.1: Intégration numérique d'un satellite artificiel avec trois intégrateurs.

### 3.3 Application à la dynamique planétaire

Il s'agit en pratique de déterminer une méthode pour réécrire l'hamiltonien en une somme de termes qui peuvent être intégrés séparément :

$$H = H_0(q, p) + H_1(q, p)$$

où  $p$  et  $q$  sont les vecteurs impulsions et positions de chaque objet du système. Plus précisément il s'agit de faire la décomposition suivante :

$$H = H_{\text{keplerien}}(q, p) + H_{\text{interactions}}(q)$$

où  $H_{\text{keplerien}}$  est composé de termes du type  $H = \frac{1}{2}p^2 - \frac{1}{q}$ . On obtient alors un intégrateur symplectique du deuxième ordre en appliquant les étapes suivantes :

- (A) avancer  $H_{\text{interactions}}$  d'un pas de temps  $\tau/2$
- (B) avancer  $H_{\text{keplerien}}$  d'un pas de temps  $\tau$
- (C) avancer  $H_{\text{interactions}}$  d'un pas de temps  $\tau/2$ .

On peut bien évidemment utiliser des méthodes d'ordre supérieur, au prix d'un temps de calcul plus long. Il est également possible d'atteindre une précision plus grande en réalisant la décomposition de telle manière que  $H_{\text{keplerien}} \gg H_{\text{interactions}}$ , c'est à dire que  $H_{\text{interactions}} = \epsilon H_{\text{keplerien}}$  avec  $\epsilon$  petit. Ce gain en précision permet alors d'utiliser un pas de temps encore plus grand, d'avoir des simulations plus rapides, tout en gardant une erreur raisonnable.

#### 3.3.1 Les coordonnées de Jacobi

Wisdom and Holman [1991] furent les premiers à développer des intégrateurs symplectiques à la dynamique du système solaire. Pour décomposer l'hamiltonien total suivant la prescription du paragraphe précédent, ils utilisèrent les *coordonnées de Jacobi* classiques définies pour un système à  $N$  corps par :



$$\vec{x}_1' = \vec{r}_1$$

$$\vec{x}_i' = \vec{x}_i - \vec{r}_{i-1} \quad 2 \leq i \leq N$$

où  $r_i$  est la position du centre de masse des  $i$  premiers corps. En utilisant les moments conjugués à ces variables, l'hamiltonien peut être décomposé de manière valable. Néanmoins pour vérifier la propriété  $H_{kplrien} \gg H_{interactions}$ , il faut remplir les deux conditions suivantes :

- $m_i \ll m_1$  pour tout  $i > 1$ , où  $m_i$  est la masse du  $i^{eme}$  corps.
- il ne doit pas y avoir de rencontres proches entre les planètes.

Pour l'étude du Système Solaire, la première condition est pleinement satisfaite. En revanche, la deuxième condition peut être gênante suivant le problème étudié. Des évolutions de cette méthode (Levison and Duncan [1994], Duncan et al. [1998]) ont depuis été réalisées pour permettre la modélisation correcte des rencontres proches avec deux codes numériques SWIFT et SyMBA. En pratique, il s'agit de réaliser un découpage différent de l'hamiltonien lorsque qu'une particule s'approche trop près d'un corps massif. Indépendamment de ces travaux, Chambers and Migliorini [1997] ont développé un autre code symplectique, Mercury.

### 3.3.2 Les coordonnées de Jacobi généralisées

Lorsque que l'on cherche à modéliser un autre système planétaire que le nôtre, la condition d'avoir une masse centrale prédominant sur les autres n'est pas forcément vérifiée, car il existe de nombreux systèmes multiples avec plusieurs étoiles de masses comparables. Il faut alors développer une nouvelle méthode symplectique. Pour résoudre ce problème, Beust [2003] introduit les *coordonnées de Jacobi généralisée*. Celles-ci sont basées sur la hiérarchie du système, comme par exemple un système quadruple composé de deux binaires orbitant l'une autour de l'autre. Chacune de ces coordonnées correspond à la position du centre de masse d'un sous-ensemble A de corps du système par rapport à la position du centre de masse d'un autre sous-ensemble B. Plus précisément :

$$\vec{x}_k' = \sum_{i \in A} \frac{m_i \vec{x}_i}{\mu_k} - \sum_{i \in B} \frac{m_i \vec{x}_i}{\eta_k}$$

avec :

$$\mu_k = \sum_{i \in A} m_i$$

$$\eta_k = \sum_{i \in B} m_i$$

où les  $m_i$  sont les masses des différents corps du système. Par exemple pour le système quadruple composé de deux binaires AA' et BB' :

### 3 Un intégrateur symplectique

- $\vec{x}_1$  est, par définition, la position du centre de masse de tous les corps
- $\vec{x}_2$  est la coordonnée de Jacobi généralisée définie entre A et A'
- $\vec{x}_3$  est la coordonnée de Jacobi généralisée définie entre B et B'
- $\vec{x}_4$  est la coordonnée de Jacobi généralisée définie entre le centre de masse de A et A' et celui de B et B'.

A partir de ces coordonnées généralisées, on retrouve bien les coordonnées de Jacobi classiques en utilisant la hiérarchie du système solaire. Grâce à ce système de coordonnées on peut décomposer l'hamiltonien total de manière satisfaisante. Et la propriété  $H_{\text{keplerien}} \gg H_{\text{interactions}}$  est maintenant également vérifiée dans les systèmes où il n'existe pas de masse prédominante. Par contre, la prescription d'éviter les rencontres proches existe toujours et constitue d'ailleurs une difficulté majeure pour les intégrateurs de tout type. Il faut également que le système ait une structure hiérarchique nette, c'est à dire que les orbites "s'emboîtent" les unes dans les autres, à l'image du système HD 141569 que je vais traiter dans la partie suivante. Il existe également un autre problème avec cette méthode lorsque l'on veut rajouter d'autres forces dans l'hamiltonien, comme la pression de radiation. Ces forces peuvent très bien ne pas suivre la même hiérarchie que la force gravitationnelle. Le découpage de l'hamiltonien ne peut alors plus se faire suivant ce modèle. Faute de mieux, on se ramène alors aux coordonnées de Jacobi classiques. Néanmoins, cet intégrateur basé sur les coordonnées de Jacobi généralisées permet d'étendre à de nouveaux systèmes dynamiques l'analyse symplectique et d'obtenir de nouveaux résultats.

Deuxième partie

HD 141569

## 4 Notre étude

### 4.1 Présentation

HD 141569, un système triple, a été abondamment observé et étudié pour son disque de poussières résolu en lumière diffusée dans les domaines de longueurs d’ondes visibles et infrarouges. Ce système est localisé à  $99 \pm 10$  pc et son âge est estimé à  $5 \pm 3$  millions d’années. Le disque est associé à l’étoile centrale (B9.5 Ve) tandis que les deux autres compagnons (de type M2 et M4) forment une binaire liée.

Les images résolues de ce disque (Fig. 4.1) montrant une morphologie complexe ont généré une littérature fournie sur la dynamique du système (Tab. 4.1). Ce disque est encore en transition vers la phase des disques de débris : bien qu’il soit majoritairement constitué de poussière, la masse de gaz présente n’est pas négligeable. L’influence du gaz sur la dynamique des poussières a ainsi été prise en compte dans plusieurs études tandis que d’autres l’ont ignoré. Le statut dynamique de la binaire externe est également une source de débat : afin de reproduire les parties externes du disque, il a été aussi bien envisagé que les compagnons sont gravitationnellement liés ou bien qu’ils ne fassent que survoler le disque. Enfin, les structures internes peuvent être expliquées par des planètes encore non détectées ou par des mécanismes alternatifs, comme les interactions gaz-poussières.

Mais de nouvelles observations millimétriques, donnant de meilleures contraintes sur les vitesses radiales, montre que la différence de vitesse entre l’étoile et le centre de masse de la binaire ( $5.8 \pm 0.3$  km s<sup>-1</sup>) est nettement supérieure à la vitesse de libération du système ( $2.6$  km s<sup>-1</sup>). Le modèle du survol du disque par la binaire devient donc plus plausible que celui de la binaire liée alors qu’il est, pour le moment, le moins étudié. Avec Hervé Beust et Jean-Charles Augereau, nous avons donc entrepris une étude complète et détaillée de ce scénario afin d’obtenir un résultat aussi proche que possible des observations et de pouvoir mieux le comparer aux études précédentes.

### 4.2 Méthode

Pour étudier de manière satisfaisante le scénario du survol du disque par les deux compagnons, nous avons procédé en plusieurs étapes, le but étant de réaliser des simulations numériques du système en entier. Le code numérique utilisé est SWIFT, détaillé dans la première partie, et qui modélise les interactions gravitationnelles des 3 corps pesants entre eux mais aussi sur le disque de poussière, modélisé par un ensemble de 50000 particules tests, qui n’ont aucune influence sur les corps pesants ou entre elles. Le gaz n’est de plus pas pris en compte dans notre étude, et ce pour deux raisons. Tout d’abord, il

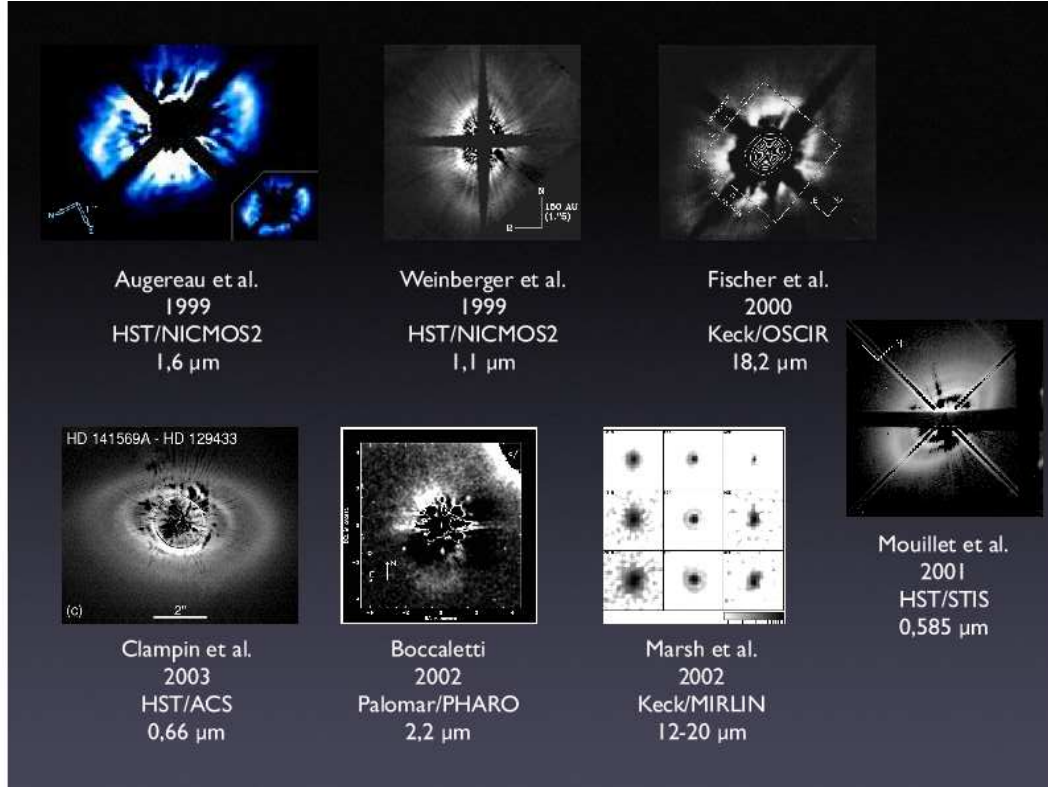


FIG. 4.1: Résumé des observations en lumière diffusée du système HD 141569.

Auteurs	Structures modélisées	Compagnons externes	Planètes	Notes
Takeuchi et Artymowicz [2001]	sillon et deux anneaux	Aucun	Aucune	Migration de la poussière due au gaz
Augereau et Papaloizou [2004]	anneau externe	Liés	Aucune	Simulations à N-Corps
Quillen et al. [2005]	anneau externe	Liés	Aucune	Code SPH
Ardila et al. [2005]	bras spiraux et dépletion interne	Survol	Une	Simulations à N-Corps
Wyatt [2005b]	sillon et anneau externe	Aucun	Une	Code SPH, collisions Simulations à N-Corps

TAB. 4.1: Résumé des papiers récents traitant de la modélisation dynamique du système HD141569.

#### 4 Notre étude

a été montré que l'influence du gaz restait finalement assez petite (Ardila et al. [2005]). Ensuite, notre but ici est d'arriver à s'approcher le plus possible des observations en utilisant uniquement la force principale, la gravitation. Les effets plus fins comme les collisions, la pression de radiation ou le gaz pourront éventuellement être considérés dans un deuxième temps pour expliquer les structures que la gravitation ne peut seule expliquer.

Mais avant de réaliser ces simulations, il faut essayer de contraindre l'orbite des compagnons autour de l'étoile centrale dans le but de réduire l'espace des paramètres à explorer. Il s'agit donc de déterminer quelles valeurs des paramètres orbitaux vérifient l'astrométrie et les vitesses radiales des 3 étoiles. Cela peut être fait en utilisant les équations classiques du problème képlérien, comme nous allons le montrer ci-dessous. Bien qu'il s'agisse d'un système triple, on peut se ramener au problème képlérien en "fusionnant" les deux naines compagnons pour ne prendre en compte que le mouvement de leur centre de masse.

Le mouvement orbital est généralement étudié dans son "repère propre" construit sur les deux vecteurs orthogonaux  $\vec{G} = G\vec{k}$ , vecteur du moment cinétique, et  $\vec{E}$ , vecteur pointant du centre du repère vers la position du périastre (Fig. 2.1). Cependant, ce mouvement est généralement étudié dans un autre repère quelconque  $R_0(O; i_0 j_0 k_0)$ . Le passage entre ces deux repères est décrit par 3 angles d'Euler appartenant aux éléments orbitaux :

- rotation  $\Omega$  autour de  $(Oz)$
- rotation  $i$  autour de  $\vec{ON}$
- rotation  $\omega$  autour de  $\vec{k}$

Pour obtenir la position  $(x, y, z)$  et la vitesse  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  dans  $R_0$  à partir de la position  $(X, Y, 0)$  et de la vitesse  $(\dot{X}, \dot{Y}, 0)$  dans le repère propre, il faut donc appliquer ces 3 rotations :

$$\begin{pmatrix} x & \dot{x} \\ y & \dot{y} \\ z & \dot{z} \end{pmatrix} = \mathfrak{R}_3(-\Omega) \times \mathfrak{R}_1(-i) \times \mathfrak{R}_3(-\omega) \times \begin{pmatrix} X & \dot{X} \\ Y & \dot{Y} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

où  $\mathfrak{R}_1$  et  $\mathfrak{R}_3$  sont les matrices de rotation suivantes :

$$\mathfrak{R}_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathfrak{R}_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans le repère propre, les calculs classiques du problème képlérien montrent que l'on obtient les relations suivantes, dans le cas d'une orbite hyperbolique (car nous étudions le scénario d'un survol) :

$$X = a(e - \cosh \nu) \quad (4.2)$$

#### 4 Notre étude

$$\dot{X} = -(na^2/r) \sinh \nu \quad (4.3)$$

$$Y = a\sqrt{e^2 - 1} \sinh \nu \quad (4.4)$$

$$\dot{Y} = (na^2/r) \sqrt{e^2 - 1} \cosh \nu \quad (4.5)$$

avec :

$$r = a(e \cosh \nu - 1)$$

$$e \sinh \nu - \nu = n(t - t_p)$$

$$n = \sqrt{GM/a^3}$$

où  $a, e, \nu$  sont le demi-grand axe, l'excentricité et l'anomalie moyenne de l'orbite ;  $G$  est la constante de gravitation,  $M$  la masse totale du système,  $t$  le temps d'observation et  $t_p$  le temps de passage au périastre.

En introduisant les équations 4.2 à 4.5 dans l'équation 4.1, on obtient un système de 6 équations permettant de relier les 6 composantes de la position et de la vitesse aux 6 éléments orbitaux  $(a, e, i, \Omega, \omega, \nu)$ . Le système est donc déterminé puisqu'il y a autant d'équations que d'inconnus mais, dans la pratique, toutes les composantes de la position et la vitesse ne sont pas observables : le système est alors sous-contraint. Ainsi, pour HD 141569, nous pouvons seulement observer la distance projetée entre les différentes étoiles, soit  $(x, y)$ , et leurs vitesses radiales, soit  $\dot{z}$ . De l'équation 4.1, on peut donc établir trois équations contraintes par les observations :

$$\begin{aligned} x = & a \sinh \nu \sqrt{e^2 - 1} (-\sin \Omega \cos \omega \cos i - \cos \Omega \sin \omega) \\ & + a(e - \cosh \nu) (-\sin \Omega \sin \omega \cos i + \cos \Omega \cos \omega) \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} y = & a \sinh \nu \sqrt{e^2 - 1} (\cos \Omega \cos \omega \cos i - \sin \Omega \sin \omega) \\ & + a(e - \cosh \nu) (\cos \Omega \sin \omega \cos i + \sin \Omega \cos \omega) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\dot{z} = \frac{a^2 n}{r} \sin i \left[ \sqrt{e^2 - 1} (\cosh \nu \cos \omega) - \sinh \nu \sin \omega \right] \quad (4.8)$$

Pour résoudre ce système, il faut alors considérer 3 des 6 éléments orbitaux comme des paramètres libres. Les 3 autres sont alors fixés par la résolution de ce système d'équation. Comme il s'agit d'équations non linéaires, la résolution de ce système peut être assez difficile et il convient donc de bien choisir quelles variables jouent le rôle de paramètres

#### 4 Notre étude

libres. Ici, il apparaît que le bon choix est de prendre  $(i, \Omega, \nu)$  comme paramètres, le système se résolvant alors à l'aide du logiciel Maple.

Il est tout d'abord possible de faire disparaître  $\Omega$  des équations 4.6 et 4.7 en faisant un nouveau changement de repère par une rotation définie par la matrice  $\mathfrak{R}_3(-\Omega)$ , ce qui revient à fixer l'axe  $(Ox)$  sur la ligne des noeuds. On obtient alors les relations suivantes :

$$r \cos \phi = a \left[ (e - \cosh \nu) \cos \omega - \sqrt{e^2 - 1} \sinh \nu \sin \omega \right] \quad (4.9)$$

$$r \sin \phi = a \left[ (e - \cosh \nu) \sin \omega + \sqrt{e^2 - 1} \sinh \nu \cos \omega \right] \quad (4.10)$$

avec l'angle  $\phi$  défini par la rotation de matrice  $\mathfrak{R}_3(-\Omega)$  :

$$x \cos \Omega + y \sin \Omega = r \cos \phi$$

$$-x \sin \Omega + y \cos \Omega = r \sin i \sin \phi$$

$(x, y)$  étant des observables et  $(i, \Omega)$  des paramètres,  $\phi$  a une valeur fixée par les deux relations précédentes. À l'aide des équations 4.8 et 4.9, il est désormais possible d'établir les relations que doivent vérifier indépendamment  $\cos \omega$  et  $\sin \omega$ . Avec la contrainte supplémentaire que  $\cos^2 \omega + \sin^2 \omega = 1$ , cela aboutit finalement à une seule équation reliant  $a$  et  $e$  qui peut être à son tour simplifiée à l'aide de l'équation radiale :

$$r = a (e \cosh \nu - 1)$$

On obtient donc finalement une équation à une seule inconnue,  $e$  :

$$\begin{aligned} -r (e \cosh \nu - 1) w^2 - 2\sqrt{r (e^2 - 1) (e \cosh \nu - 1)} w \cos \phi \sin i \\ + \sin^2 i (\sin^2 \phi e^2 \cosh^2 \nu - \sin^2 \phi - e^2 + 1) = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

avec :

$$w = \dot{z} / \sqrt{GM}$$

De cette équation, on peut en déduire les valeurs de  $e$  solutions du système que l'on cherche à résoudre, puis  $a$  grâce à l'équation radiale et finalement  $\omega$ . Naturellement, il existe des triplets  $(i, \Omega, \nu)$  pour lesquels le système n'admet aucune solution. En pratique, nous explorons l'espace de paramètres  $(i, \Omega, \nu)$  de manière systématique, grâce au logiciel Maple, dans les limites suivantes :

$$0^\circ < i < 180^\circ$$

$$0^\circ < \Omega < 360^\circ$$



#### 4 Notre étude

$$-15 < \nu < 15$$

Cela permet alors de définir  $\rho(i, \Omega, \nu)$ , la densité de solutions du système au voisinage d'un triplet  $(i, \Omega, \nu)$  donné afin de déterminer quels sont les paramètres orbitaux les plus probables. Cependant, de nombreux triplets  $(i, \Omega, \nu)$  admettent une solution de sorte qu'il est difficile de contraindre l'orbite de la binaire. Mais une autre observable peut encore être utilisée : il s'agit du mouvement propre des étoiles observé entre 1938 et 1998 à partir duquel on peut fixer une vitesse relative sur le ciel de  $1.1 \pm 0.7 \text{ km s}^{-1}$  entre A et le centre de la masse de la binaire. Comme l'erreur sur cette mesure est assez importante, nous considérons que toute solution donnant une vitesse sur le ciel inférieure à deux fois celle observée est une solution valide. Cette nouvelle observable suffit à restreindre significativement l'espace des solutions possibles (Figure 4.2), avec une inclinaison de l'orbite comprise entre  $75^\circ$  et  $105^\circ$  et une anomalie excentrique comprise entre  $-5$  et  $5$ . Mais parmi ces solutions restent encore de grandes différences : la distance au périastre varie de quelques dizaines à quelques milliers d'UA, la binaire est déjà passée au périastre ( $\nu > 0$ ) ou pas encore ( $\nu < 0$ ) ... Il faut donc maintenant regarder les conséquences de chacune de ces solutions sur la géométrie du disque afin de déterminer lesquelles peuvent effectivement reproduire les observations.

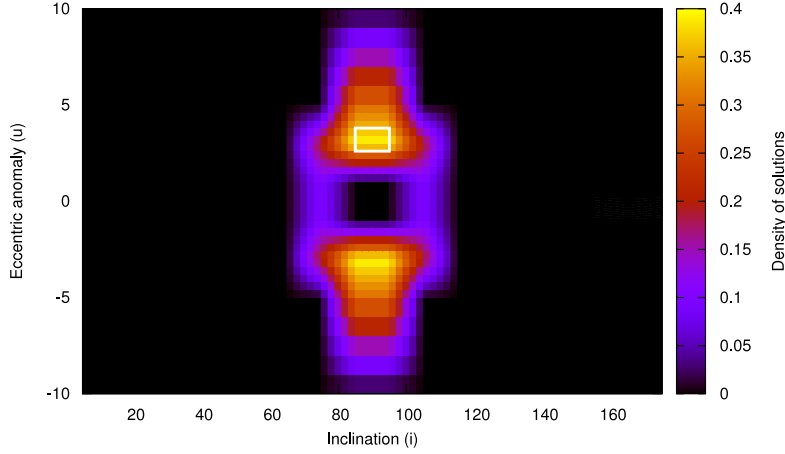


FIG. 4.2: Densité des configurations orbitales valides dans l'espace des paramètres  $(i, \Omega, \nu)$ . Les deux axes sont l'anomalie excentrique  $\nu$  et l'inclinaison  $i$ , tandis que la couleur indique la densité des solutions valides pour la longitude du noeud ascendant  $\Omega$  dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$ . Le rectangle blanc indique la région où les configurations orbitales valident également les contraintes données par la géométrie du disque (voir Section 4.3).

### 4.3 Résultats (Reche et al. [2009])

Comme expliqué dans la section précédente, nous avons procédé en plusieurs étapes pour étudier de manière satisfaisante le scénario du survol du disque par les deux compagnons. En premier, en utilisant les équations classiques du problème képlérien, nous avons pu déterminer quel domaine des paramètres orbitaux vérifie l’astrométrie et les vitesses radiales des 3 étoiles. Le principal résultat obtenu est que cet espace des solutions est finalement très restreint, des solutions n’existant que pour une inclinaison de l’orbite de la binaire proche de  $90^\circ$  par rapport au plan du ciel (Section 2 de notre papier). Une fois arrivés à ces conclusions, nous avons considéré les structures du disque de débris et vérifié si elles s’expliquent par des perturbations gravitationnelles causées par la binaire décrivant une orbite appartenant à l’espace des solutions.

La deuxième partie de notre travail se base donc sur des simulations numériques du système en entier. Notre démarche est de partir du scénario le plus simple pour le complexifier petit à petit afin d’essayer de se rapprocher au maximum des observations du disque. Cela explique pourquoi nous choisissons dans un premier temps de ne pas considérer l’existence de planète autour de l’étoile primaire. Une fois que nous avons établi que les compagnons seuls ne peuvent reproduire toutes les structures du disque, nous avons ajouté une planète puis une deuxième. Pour chacun de ces 3 scénarios, nous avons obtenu les résultats suivants :

- (Section 3 de notre papier) Avec simplement un survol des compagnons, sans planète dans le disque, de nombreuses contraintes peuvent être rajoutées à la description du système. En plus d’avoir une inclinaison comprise entre  $85^\circ$  et  $90^\circ$ , le périastre de l’orbite doit être compris entre 600 et 900 UA et son excentricité voisine de 10. De plus, le passage de la binaire au périastre doit s’être produit il y a 5000 à 8000 ans. Enfin, le rayon initial du disque de débris est compris entre 400 et 450AU. Ce scénario est également capable d’expliquer les structures les plus externes du disque, parce que le disque obtenu montre une spirale orientée comme dans les observations, mais échoue totalement à reproduire le double anneau nettement visible sur les images. Ceci nous a naturellement amené à introduire des planètes dans le disque.
- (Section 4 de notre papier) En ajoutant une planète entre 110 et 150 UA de l’étoile, le résultat s’améliore car le premier anneau devient nettement visible. De plus, il apparaît également que cette planète modifie les disques à plus grande distance, vers 300 ou 400 UA, parce que la spirale qu’elle peut engendrer en 5 millions d’années interfère avec celle générée par le survol des compagnons. D’après nos simulations, deux scénarios sont possibles pour cette planète : 2 masses joviennes sur une orbite assez excentrique ( $0.1 < e < 0.2$ ) ou 8 masses joviennes sur une orbite circulaire ( $e < 0.05$ ). Dans les deux cas, l’apoastre de l’orbite de la planète est de 120 AU. Bien que ce modèle soit meilleur que le précédent, il reste encore un problème parce que le deuxième anneau n’est pas encore parfaitement formé. Nous avons donc essayé d’introduire une deuxième planète.
- (Section 5 de notre papier) Nous avons ainsi introduit une deuxième planète vers 230 AU afin d’essayer de mieux reproduire le deuxième anneau, en nous servant des travaux de Wyatt [2005b] qui avait déjà envisagé cette possibilité, sans prendre toutes

fois en compte une autre planète plus interne. Malheureusement, avec deux planètes, le résultat est finalement beaucoup moins concluant. La partie du disque comprise entre les deux planètes devient bien trop perturbée pour que puisse y séjourner une population importante de poussières, ce qui empêche de fait la création du première anneau.

### 4.4 Travaux suivants

Notre étude montre donc que le scénario le plus satisfaisant est celui du survol avec une planète dans le disque de débris. Ce scénario est en effet capable de reproduire les vitesses radiales observées ainsi qu'un certain nombre de structures du disque. Comme le résultat n'est néanmoins toujours pas parfait, il reste maintenant à considérer les effets plus fins évoqués plus tôt dans le texte, comme les collisions, la pression de radiation ou le gaz, pour tenter d'expliquer les différences. Cela n'a pas encore pu être traité au sein de notre équipe, mais l'étude réalisée par Ardila et al. [2005] considérant à la fois l'effet du gaz et des collisions peut être un bon exemple pour la poursuite de nos travaux.

Un dernier point reste à considérer pour le scénario du survol : quel est la probabilité d'observer un tel évènement survenu il y a moins de 10000 ans ? Elle semble à priori assez faible. D'un autre côté, les 3 étoiles ont des caractéristiques voisines (même âge estimé, vitesse finalement peut différent ...) qui vont plus dans le sens d'un système lié partageant une histoire commune qu'une rencontre fortuite. Pour résoudre ce paradoxe, un scénario plus large peut être envisagé. L'étoile centrale et la binaire étaient par le passé effectivement liées, mais sur une orbite assez excentrique et large. Une quatrième étoile, s'approchant du système aurait pu alors facilement déstabiliser cette orbite et placer la binaire sur une trajectoire d'évasion, celle actuellement observée. Nous serions donc en train d'observer le passage au périastre survenant après cet accident, le dernier avant que le système ne soit définitivement rompu. Un tel scénario aurait l'avantage d'expliquer les caractéristiques communes du système tout en restant assez probable, puisque le quatrième corps a seulement besoin de s'approcher de l'apoastre de l'orbite de la binaire qui se situait à plusieurs milliers d'UA de l'étoile centrale. Il reste donc à mener une étude sérieuse sur la modélisation d'une telle rencontre à 4 corps afin de vérifier que l'ionisation d'un système triple n'est pas un phénomène improbable.

# Investigating the flyby scenario for the HD 141569 system

R. Reche, H. Beust, and J.-C. Augereau

Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble, CNRS, Université Joseph Fourier, UMR 5571, 38400 Saint-Martin d'Hères, France  
e-mail: [Remy.Reche@obs.ujf-grenoble.fr](mailto:Remy.Reche@obs.ujf-grenoble.fr)

Received 19 June 2008 / Accepted 25 September 2008

## ABSTRACT

**Context.** HD 141569, a triple star system, has been intensively observed and studied because of its massive debris disk. Until recently, it was regarded as a gravitationally bound triple system but recent measurements of the HD 141569A radial velocity seem to invalidate this hypothesis. The flyby scenario therefore has to be further investigated to test its compatibility with the observed disk structures.

**Aims.** We present a study of the flyby scenario for the HD 141569 system by considering 3 variants: a sole flyby, a flyby associated with one planet embedded in the disk and a flyby with two planets in the disk. We discuss the merits of each one to reproduce the scattered light observations of the disk.

**Methods.** We first use analytical calculations to reduce the parameter space of the 2 stellar companion orbit and then perform  $N$ -body numerical simulations of the flyby encounter using symplectic integration, taking into account the gravitational influence of the stars and the planets on massless test particles.

**Results.** The binary orbit is found to be almost fixed by the observational constraint on an edge-on plane with respect to the observers. If the binary had an influence on the disk structure, it should have a passing time at the periastris between 5000 and 8000 years ago and a distance at periastris between 600 and 900 AU. It also appears that the best scenario to reproduce the disk morphology is a flyby with 1 planet embedded in the disk. For a  $2 M_J$  planet, its orbital eccentricity must be around 0.2 while for a  $8 M_J$  planet, it must be below 0.1. In the two cases, its apoapsis is about 130 AU.

**Conclusions.** Although the global disk shape is reasonably well reproduced, some observed features cannot be explained by the present model and the likelihood of the flyby event remains an issue for the scenario explored in this paper. Dynamically speaking, HD 141569 is still a puzzling system.

**Key words.** celestial mechanics – stars: planetary systems – methods:  $N$ -body simulations – stars: individual: HD 141569 – methods: analytical

## 1. Introduction

HD 141569, a triple star system, has been intensively observed and studied because of its circumstellar dusty disk, imaged in scattered light in the visible and at near-infrared wavelengths. This system is located at  $99 \pm 10$  pc and its age is estimated to be  $5 \pm 3$  Myr (Weinberger et al. 2000; Merín et al. 2004). The disk is associated with the central star (B9.5 Ve) while the two other companions (M2 and M4) form a binary.

The resolved images of the disk, showing a complicated morphology, have generated much of discussion in the literature about the system dynamics (see Table 1 for a summary). First, this disk is in transition to a debris disk: although it is a dusty optically thin disk with a fractional disk luminosity of  $L_{\text{disk}}/L_* \approx 8.4 \times 10^{-3}$  (Sylvester et al. 1996), the gas mass is not negligible. It could in fact represent most of the mass according to Jonkheid et al. (2006) ( $M_{\text{gas}} = 80 M_{\oplus}$ ,  $M_{\text{dust}} = 2.2 M_{\oplus}$  for grains with radius between  $1 \mu\text{m}$  and  $1 \text{ cm}$ ), although the spatial distribution of the gas and of the dust may differ. The influence of the gas on the dust dynamics therefore has been taken into account by Ardila et al. (2005), but other authors consider only classical  $N$ -body simulations without gas (Augereau & Papaloizou 2004; Wyatt 2005). Quillen et al. (2005), on the other hand, only considered the gas in their simulations.

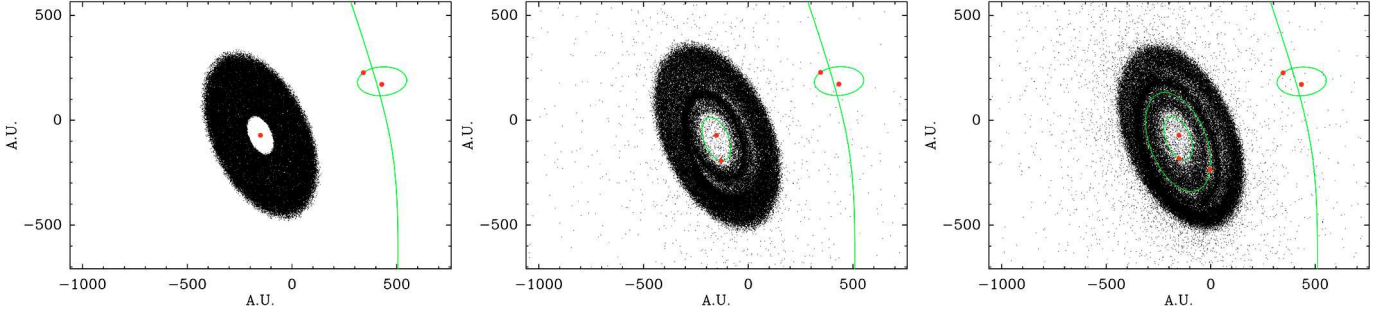
The dynamical status of the external binary is also questionable: in order to reproduce the external structures of the disk,

previous studies have either considered the case of gravitationally bound companions (Augereau & Papaloizou 2004; Quillen et al. 2005) or the case of a flyby (Ardila et al. 2005). The internal disk structures might be explained by the gravitational perturbation of an unseen planet at large distance, around 250 AU (Wyatt 2005) but also by alternative mechanisms, such as dust migration in a gaseous disk (Takeuchi & Artymowicz 2001). The latter scenario is successful in producing annular structures, but cannot account for the observed non-axisymmetric nature of these features. The combined effect of a planet and external perturbers has only been considered in one study, without successfully reproducing all the structures (Ardila et al. 2005).

New millimeter observations of the gas disk (Dent et al. 2005) and Augereau et al., in prep.), which give better constraints on the radial velocity of the primary star, show that the differential velocity between the binary and the central star ( $5.8 \pm 0.3 \text{ km s}^{-1}$ ) is higher than the system escape velocity ( $2.6 \text{ km s}^{-1}$ ) so that the flyby scenario seems to be the most plausible. Therefore, in this paper we propose to extensively study the flyby scenario, as it is the least studied up to now. In Sect. 2 we summarise the available observations of the disk and the star astrometry constraints. In order to best reproduce the observations, we discuss 3 different scenarios (Fig. 1): a sole flyby (Sect. 3), a flyby with 1 planet embedded in the disk (Sect. 4) and a flyby with 2 planets embedded in the disk (Sect. 5). In Sect. 6,

**Table 1.** Summary of recent papers on the dynamical modelling of the HD 141569 system.

Authors	Modelled structures	External companions	Planet	Notes
Takeuchi & Artymowicz (2001)	gap & two rings	No	No	Dust migration due to gas friction
Augereau & Papaloizou (2004)	outer ring	bound	No	<i>N</i> -body gravitational code
Quillen et al. (2005)	outer ring	bound	No	2D hydrodynamics code
Ardila et al. (2005)	spiral arms & inner depletion	flyby	Yes	<i>N</i> -body code, SPH code, collisions
Wyatt (2005)	gap & outer ring	No	Yes	<i>N</i> -body gravitation code

**Fig. 1.** Illustrations of the 3 scenarios studied in this paper: a sole flyby (*left panel*), a flyby + 1 planet (*middle panel*) and a flyby + 2 planets (*right panel*). The stars and planet locations are represented by large red points, and the various orbits by a thin green line. (This figure is available in color in electronic form.)

we compare our approach to previous studies and discuss in particular the likelihood of this scenario. We finally summarise and conclude in Sect. 7.

## 2. Available observations

### 2.1. Overview of the disk shape

The motivation for our study is to reproduce the dust disk structures that have been observed in scattered light. According to the visible, near-infrared and mid-infrared observations from Augereau et al. (1999), Weinberger et al. (1999), Mouillet et al. (2001), Marsh et al. (2002) and Clampin et al. (2003) the following facts appear:

- the main structure is the two ring shape of the disk. The two annuli peak at  $\sim 200$  AU and  $\sim 325$  AU from the star. The two bright rings show out of phase brightness asymmetries of up to factors of 2.5–3 for the outer ring in the visible. The outer ring moreover shows a tightly-wound spiral structure. The two annuli are separated by a darker ring or “gap”, which is radially wide compared to the two annuli;
- an extended diffuse emission associated with a faint spiral arm is present in the North-East of the disk and is detected at to more than 600 AU. According to the millimeter maps and using the hypothesis of forward scattering, this spiral would be a trailing structure with respect to the disk rotation. Another spiral arm is possibly observed, pointing toward the companions;
- the disk brightness sharply decreases between 200 and 150 AU from the central star until the background level is reached. This behaviour is suggestive of a strong depletion of dust inside 150 AU.

### 2.2. Radial velocities and astrometry

Weinberger et al. (2000) have measured the radial velocities of the HD 141569B and C stars, respectively  $-1.5 \pm 0.6$  km s $^{-1}$  and  $-2.4 \pm 0.7$  km s $^{-1}$ , by cross-correlating their spectra to that of standard stars. This method was not suitable for HD 141569A

due to its lack of lines for comparison with the radial velocity standard. Weinberger et al. (2000) also summarise the astrometry of the 3 stars from 1938 to 1999.

Augereau et al. (in prep.) and Dent et al. (2005) have measured the double-peaked CO  $J = 2-1$  spectral profile of the disk around HD 141569A. It is thus possible to deduce the radial velocity of this star from the CO line and to obtain a far smaller uncertainty on this measure. To a first approximation, assuming a symmetric emission in the blue-shifted and red-shifted parts of the disk, the radial heliocentric velocity of HD 141569A is found to be  $-7.6 \pm 0.3$  km s $^{-1}$  (mean velocity in the line). Supposing that the star masses are 2.5, 0.5 and 0.25  $M_{\odot}$  for A–C respectively (Weinberger et al. 2000) and that the distance between HD 141569A and the center of mass of the B–C binary is at least 800 AU (projected distance, Weinberger et al. (2000)), the maximum escape velocity is 2.6 km s $^{-1}$ . As the measured velocity is far above this limit, the two M star companions are not bound to HD 141569A. In the context of dynamical perturbation of the disk by the companions, the flyby scenario seems therefore to be the most plausible.

## 3. The flyby scenario

### 3.1. Kinematic constraints

We define a Cartesian coordinate system ( $X, Y, Z$ ) where  $X$  points toward the north,  $Y$  toward the east and  $Z$  toward the Earth and where the origin is HD 141569A. In this referential frame, the position of the center of mass of the B–C binary will be described by the coordinates ( $X_b, Y_b, Z_b$ ) and its velocity by  $V_{b_x}, V_{b_y}, V_{b_z}$ . We already know the present  $X_b, Y_b$  (right ascension and declination) and  $V_{b_z}$  (radial velocity). But the hyperbolic orbit of the binary around the primary is also defined by the 6 orbital elements ( $q, e, i, \omega, \Omega, u$ ) where  $q$  is the pericenter distance,  $e$  the eccentricity,  $i$  the inclination with respect to the sky plane ( $OXY$ ),  $\omega$  the periastron argument,  $\Omega$  the longitude of the ascending node and  $u$  the eccentric anomaly at the observing time. The transformation from Cartesian coordinates to orbital elements, or the inverse transformation, is defined by a system of 6 non-linear equations from a classical Keplerian formalism. It is thus

possible to look for orbital element set verifying the 3 observables ( $X_b, Y_b, Vz_b$ ). But with 6 unknowns and only 3 constraints the equation system is underconstrained. One therefore has to consider 3 orbital elements as free parameters in order to solve the system for the 3 other orbital elements. This system is defined by the following equations, for hyperbolic orbit:

$$X_b \cos \Omega - Y_b \sin \Omega = a \cos i \left( \sqrt{e^2 - 1} \cos \omega \sinh u + (e - \cosh u) \sin \omega \right). \quad (1)$$

$$X_b \sin \Omega + Y_b \cos \Omega = a \left( -\sqrt{e^2 - 1} \sin \omega \sinh u + (e - \cosh u) \cos \omega \right). \quad (2)$$

$$V_{b_z} \sqrt{a} (e \cosh u - 1) = \sqrt{GM} \sin i \left( \sinh u \sin \omega - \sqrt{e^2 - 1} \cosh u \cos \omega \right). \quad (3)$$

where  $G$  is the gravitational constant and  $M$  the sum of the 3 star masses. For this study, we choose to consider  $(i, \Omega, u)$  as free parameters and  $(q, e, \omega)$  as unknowns. Once the 3 parameters  $(i, \Omega, u)$  are fixed to an arbitrary set of values, the non-linear system generally admits none or one solution for the triplet  $(q, e, \omega)$ . For our problem, many triplets of the parameters  $(i, \Omega, u)$  give a solution: for each  $(i, u)$  pair, at least one value of  $\Omega$  gives a valid solution for  $(q, e, \omega)$ . The results are thus not significant because all the scenarios can be compatible with the observations: orbital plane perpendicular to the line of sight, or instead very inclined orbits, more or less eccentric hyperbolic orbits ...

However, another constraint exists, not yet used in our method: the observed proper motion of the stars between 1938 and 1998 (Weinberger et al. 2000), and the associated velocity  $V_{\text{sky}} = 1.1 \pm 0.7 \text{ km s}^{-1}$ . The uncertainty on these observables is quite large and we consider it as an upper limit: all the solutions that predict a proper motion less than twice the observed proper motion are valid:

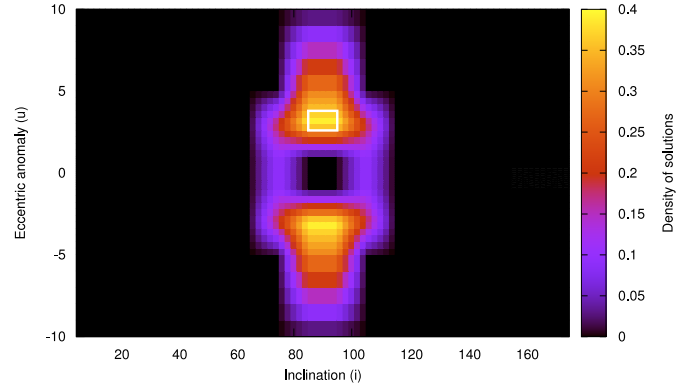
$$\sqrt{V_{b_x}^2 + V_{b_y}^2} < 2V_{\text{sky}}. \quad (4)$$

This is enough to reduce significantly the number of solutions, as showed in Fig. 2. On this plot, the two axes are the eccentric anomaly  $u$  and the inclination  $i$ , while the colors correspond to the density of valid solutions (i.e. fulfilling the relation 1 to 4) for the longitude of the ascending node  $\Omega$  in the range  $[0, 2\pi]$ . The parameter space region where the valid solutions exist is indeed very much reduced by using the proper motion constraint, as we find with an inclination  $i$  between  $75^\circ$  and  $105^\circ$  and an eccentric anomaly  $u$  between  $-5$  and  $5$  radians. The fourth constraint has therefore eliminated all the solutions with lower inclination and larger proper motion.

The disk inclination is  $55^\circ \pm 1.2^\circ$  from pole-on (Mouillet et al. 2001), or rather  $180^\circ - 55^\circ$  in order to have the disk rotation (Goto et al. 2006), consistent with our convention (i.e.  $i < 90^\circ$  is an anticlockwise orbit on the sky). The binary orbits with an inclination below (resp. above)  $90^\circ$  are thus retrograde (resp. prograde) with respect to the disk rotation. The relative inclination  $i_{\text{rel}}$  between the orbital plane of the binary and that of the disk can be calculated by the following equation:

$$\cos i_{\text{rel}} = \cos i \cos i_{\text{disk}} + \sin i \sin i_{\text{disk}} \cos(\Omega - \Omega_{\text{disk}}) \quad (5)$$

with  $\Omega_{\text{disk}}$ , the position angle of the disk ( $357^\circ \pm 2^\circ$ ) and  $i, \Omega$  orbital elements of the binary orbit.



**Fig. 2.** Density of valid orbital configurations in the parameter space  $(i, u, \Omega)$ . The two axes are the eccentric anomaly  $u$  and the inclination  $i$ , while the colors correspond to the density of the valid solutions for the longitude of the ascending node  $\Omega$  in the range  $[0, 2\pi]$ . The small white box shows the final valid parameter space when the disk geometry constraints are also taken in account (Sect. 3.2). (This figure is available in color in electronic form.)

### 3.2. Disk geometry constraints

At this point, only the kinematic constraints have been used to calculate the valid orbital configurations for the binary. However, the encounter geometry is also constrained by the observed structures in the disk if one assumes that the current disk shape is a consequence of the gravitational perturbations of the disk by the binary. The comparison study of numerical simulations of the flyby scenario to the observations therefore reduces even more the range of valid orbital configurations, as detailed below.

#### 3.2.1. Numerical model

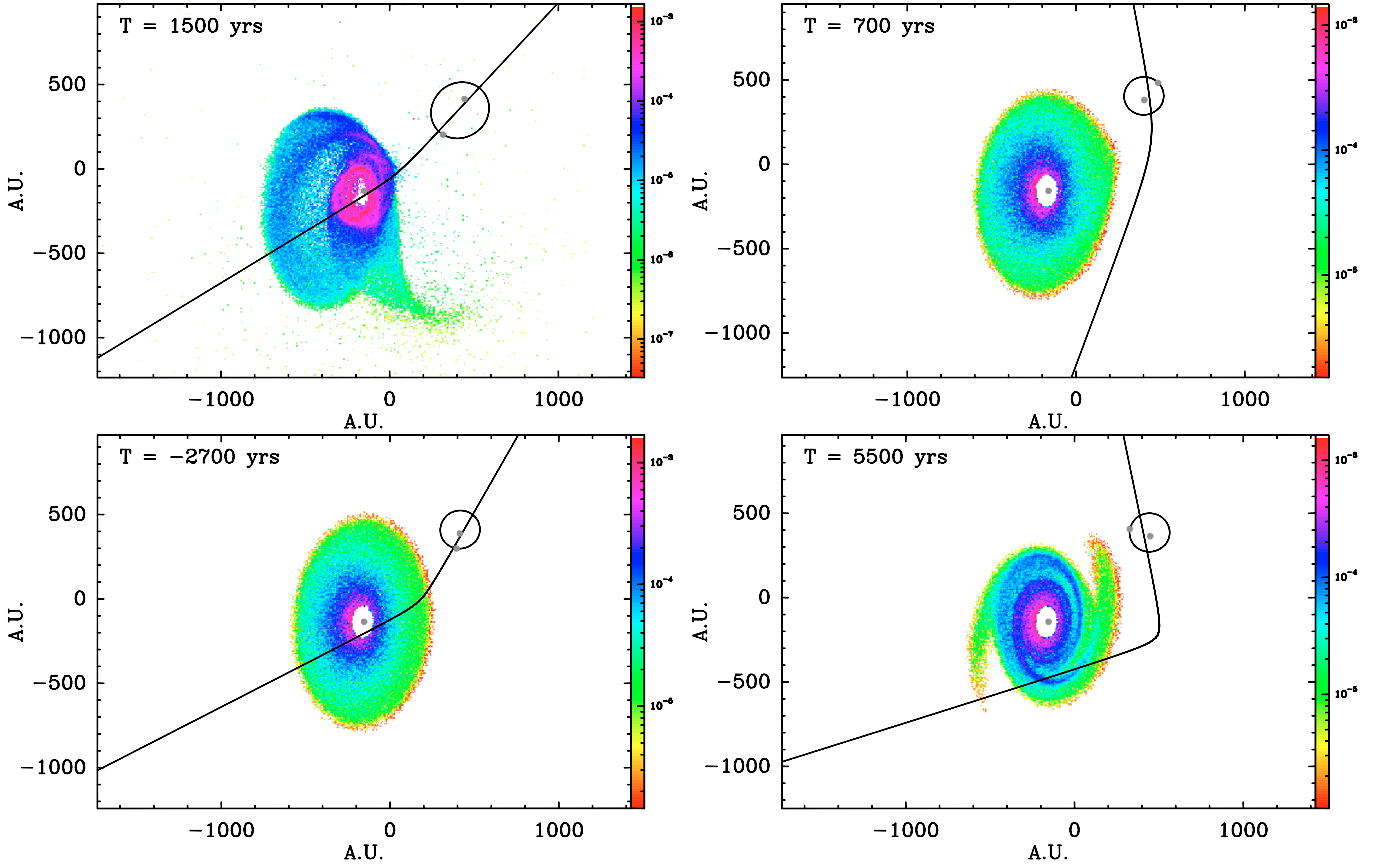
We consider in our simulations a hierarchical system consisting of a central star associated with a debris disk and an external binary. The trajectory of this binary can be a bound orbit around the primary star or a flyby (hyperbolic orbit). We address the case of a disk consisting of large particles (planetesimals), which are insensitive to pressure forces (radiation, stellar wind or gas pressure). Importantly, we also do not take into account the gravitational interactions between planetesimals as they are negligible, nor do we consider mutual collisions. Dynamically speaking, the planetesimals are thus considered as test particles. In Sects. 4 and 5, one or several planets will be added to the simulations, orbiting the central star in the orbital plane of the disk. The central star is assumed to have a mass of  $2.5 M_\odot$  and the low mass companions of  $0.5 M_\odot$  and  $0.25 M_\odot$  (Weinberger et al. 2000). The initial disk consists of 100 000 test particles with a surface density distribution proportional to  $r^{-1}$ .

To perform our simulations we use the symplectic package HJS (Beust 2003), a SWIFT variant (Wisdom & Holman 1991; Levison & Duncan 1994) for hierarchical systems. It allows us to integrate accurately and rapidly the motion of the disk particles, the relative motion of the two companions and their orbit around the central star, although they are on different timescales. Numerous scenarios can be therefore tested and studied in a reasonable CPU time.

#### 3.2.2. Results

Among the solutions consistent with the kinematic constraints (Sect. 3.1), the periastris of the orbit,  $d_0$  (i.e. the closest





**Fig. 3.** Examples of parameters for the flyby scenario inconsistent with the observations: the periastron is too close to the disk, at 170 AU (*top left panel*), the crossing time at periastron is too recent, 700 years (*top right*), the binary is still not yet at periastron (*bottom left*) and the disk is too large (*bottom right*). These figures plot the intensity, in logarithmic scale, of scattered light by the planetesimal spatial distribution obtained with our simulations. The scattering anisotropic factor is 0.2. The time is relative to the crossing time at periastron,  $t_0$ .

approach) can range between 10 and several thousands of AU. If the flyby is however too close to the star, the disk can be totally dissipated or, at least, can show a spiral structure which strongly differs from the observations (Fig. 3 top left panel). We numerically explored a broad range of  $d_0$  values consistent with the kinematic constraints of Sect. 3.1. According to the simulations, we find that the distance at periastron,  $d_0$ , must be above about 600 AU. An other useful constraint is the time span between the periastron passage and the present time,  $T = t - t_0$ . If  $T$  is too small compared to the Keplerian period at the outer disk edge, the spiral structure does not have the time to develop (Fig. 3 top right panel). The simulations give an estimate of at least 5000 years before the present time for the periastron passage. All the well defined structures in the disk develop after the periastron passage, never before, which eliminates all the configurations with  $u < 0$ , because the binary is still too far to generate any perturbations in the disk (Fig. 3 bottom left panel).

Few orbital configurations finally verify the system given by the Eqs. (1) to (4) plus the additional constraints  $d_0 > 600$  AU and  $T = t - t_0 > 5000$  yrs. Valid solutions are only possible for  $i$  between  $85^\circ$  and  $95^\circ$  and  $u \approx 3$  and share the following properties:

$$5000 \text{ yrs} < t - t_0 < 8000 \text{ yrs}$$

$$600 \text{ AU} < d_0 < 900 \text{ AU}$$

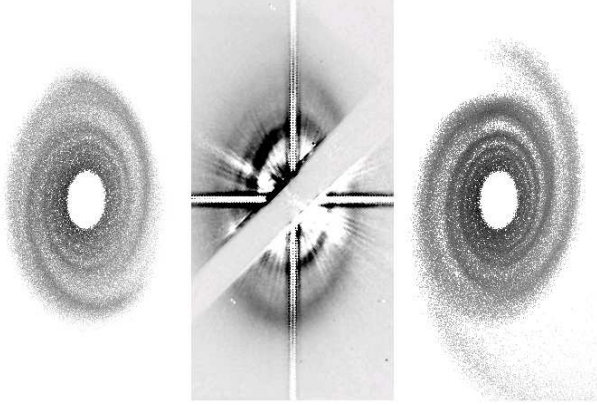
$$e \approx 10.$$

From Eq. (5), it is also possible to determinate that:

$$35^\circ < i_{\text{rel}} < 145^\circ.$$

Considering these solutions, the binary has at present already reached its velocity at infinity. Within this range of solutions, the initial size of the disk can also be better constrained by our simulations in the range between 400–450 AU. If it is larger (Fig. 3 bottom right panel), the flyby produces large spiral arms which are too extended while if the disk size is smaller, the disk does not fit the observed size. We do not address here the question of the origin of the disk size, nor the shape of the external disk edge. But collisional evolution of the disk (Thébault & Wu 2008) or gravitationnal truncation by the binary in a past bound state of the system (see Sect. 6.1) can both explain this.

Overall, this scenario gives satisfactory results for the global shape of the disk and reduces significantly the range of possible orbital configurations for the companions. This is illustrated in Fig. 4 which shows a disk of correct size with an outer trailing spiral. The inner disk structure is nevertheless not properly reproduced and the next step is thus to reproduce more accurately the two ring-like structure at distances of about 200 and 325 AU from the star (Mouillet et al. 2001; Clampin et al. 2003). It appears however that none of the valid solutions for the flyby is able to generate the two rings well. In the case of a retrograde orbit ( $85^\circ \leq i < 90^\circ$ ), the flyby generates a clear two armed spiral structure (Fig. 4, left panel). In the case of a prograde orbit ( $90^\circ < i \leq 95^\circ$ ), as studied for instance by Pfalzner (2003), the two arms are more wound and more extended but the model is



**Fig. 4.** Best solutions for the flyby scenario on a retrograde orbit (*left panel*) and on a prograde orbit (*right panel*), compared to the observations from [Mouillet et al. \(2001\)](#) (*middle panel*). A scattering anisotropic factor  $g$  of 0.2 is assumed to mimic real scattered light observations.

still too different from the observations (Fig. 4, right panel). In the two cases, the flyby does not perturb the inner part of the disk, below 200 AU. It thus cannot explain the inner ring, nor the observed depletion around 150 AU. This means that we need to add some other hypothesis to the model.

#### 4. The flyby + planet scenario

We can conclude from Sect. 3 that the presence of the two star companions is not enough to explain the observed disk properties summarised in Sect. 2, especially the double-ring structure. The flyby can, at least, constrain the initial disk size between 400 and 450 AU but it is necessary to use other hypotheses to improve the model and to better fit the disk geometry. As the observations show a strong depletion in the dust surface density below 150 AU, a plausible hypothesis is the presence of an unseen planet which generates this gap.

In this section, we consider the case where we add a planet within 150 AU in our numerical models. The planet is supposed to be coplanar with the disk and its main parameters are its mass, its orbital semi-major axis and its orbital eccentricity. The simulations take into account the mutual gravitational interactions between the planet and the 3 stars, as well as the gravitational perturbation of the disk by the planet but not the feedback of the disk on the planet: the planetesimals are still considered as test particles. The system consisting of the central star, the disk and the planet is first evolved for 5 Myr (the assumed age of the system), then the two star companions are introduced to simulate the flyby with one of the valid set of orbital parameters found in Sect. 3.

##### 4.1. The inner ring

To constrain the planet parameters, we compare the simulations to the disk optical thickness derived from [Marsh et al. \(2002\)](#). The authors combined their own observations in the mid-infrared and the [Weinberger et al. \(1999\)](#) observations in the near-infrared (Fig. 5) to estimate the radial profiles of the vertical dust optical depth at  $1.1 \mu\text{m}$ . The observations in the mid-infrared cover the inner region of the disk up to 130 AU while the observations in the near-infrared cover the region

between 130 and 500 AU. The radial profile of the optical depth at  $1.1 \mu\text{m}$  is deduced for the mid-infrared data from the optical depth at  $12.5 \mu\text{m}$  and assuming the opacity scales inversely with wavelength.

The profiles show a ring which peaks around 200 AU, a depletion at 250 AU and an even more depleted region below 150 AU. In the following we use these data to constrain the mass and the orbital elements of the planet, by trying to reproduce some key characteristics of the azimuthal averaged radial density profile of the dust:

- a peak between 190 and 210 AU;
- a ratio  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{250}$  of about 1.3 between the peak surface density at  $\sim 200$  AU and the depletion at  $\sim 250$  AU;
- a ratio  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{150}$  of about 2.7 between the peak at  $\sim 200$  AU and the inner depleted region at 150 AU. The uncertainty on this ratio is nevertheless rather large because of the large uncertainties in the optical depth between 100 and 150 AU.

The “1 planet + flyby” scenario is tested for 3 different planet masses: 0.2, 2 and  $8 M_J$ . For each planet mass, 3 apoapsis are considered (130, 150 and 180 AU) with 4 different values of the eccentricity: 0, 0.05, 0.1 and 0.2. This gives a total of 36 simulations and their results are summarised in Tables 2–4. The peak position (Table 2) indicates the position of the largest over-density if several are present.  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{150}$  is defined as the ratio between the dust density at the peak position and the maximum density between 100 and 150 AU.  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{250}$  is defined as the ratio between the dust density at the peak position and the density around 250 AU.

According to these simulations, a  $0.2 M_J$  planet cannot reproduce the observational data: it does not clear out the inner part of the disk enough. For higher mass planets, the best solution is obtained for an apoapsis of 130 AU. For larger values of apoapsis, the peak position is shifted toward too large distance from the star, or the planet can even prevent the formation of an over-density. For a  $2 M_J$  planet, the best fits are obtained for eccentricities around 0.2, while for a  $8 M_J$  planet, it must be below 0.1. The best solution between these two planets is for a  $2 M_J$  planet.

With an initial surface density distribution proportional to  $r^{-1}$ , Fig. 5 shows that there is a lack of particles in the outer part of the disk compared to the optical depth profile at  $\lambda = 1.1 \mu\text{m}$ . We therefore adjust the initial surface density to obtain the same maximum at the outer peak location, near 330 AU. We find that the best fit is obtained for an initial surface density distribution proportional to  $r^{-0.5}$  and that the outer peak position in our simulation is consistent with the observations. However, there is still a lack of particles between the two rings and outside the outer ring. This might reflect a limitation of our model as we only model the dynamics of planetesimals. One can expect that smaller dust particles, sensitive to radiation pressure and generated by collisions, will migrate outside the rings and flatten the profiles, hence better reproducing the optical depth profile.

##### 4.2. The global structure

The ratio between the two peaks in the optical depth profile depends on the observing wavelength, as the optical depth at the outer peak position is larger than the optical depth at the inner peak position at  $0.5 \mu\text{m}$  ([Ardila et al. 2005](#)), while it is the opposite in Fig. 5 ( $\lambda = 1.1 \mu\text{m}$ ). Our constraint on the initial surface density distribution should therefore be taken with care, but our model is nevertheless very successful in predicting the position



**Table 2.** Summary of the results for the peak position (in AU) in the planetesimal density profile, for all the simulations, as a function of the planet mass, eccentricity and apoapsis. “–” Indicates the simulations where no peak is observable or where the peak is below 170 AU. † Indicates the simulations where multiple peaks appear. In this case, the largest peak is used to calculate the peak position,  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{150}$  and  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{250}$ . The numbers in boldface correspond to the best solutions.

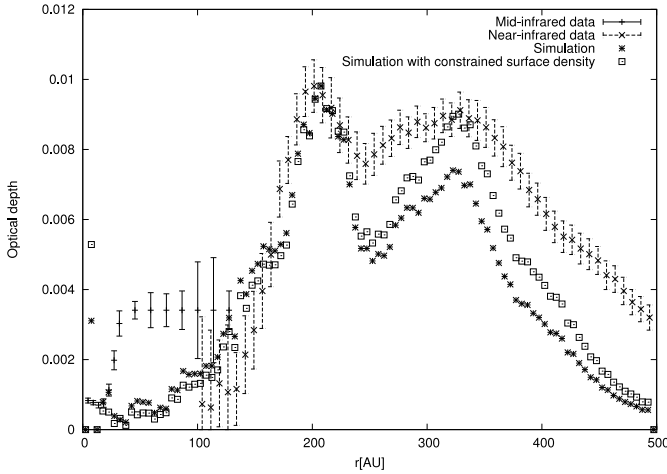
Planet mass	$0.2 M_J$				$2 M_J$				$8 M_J$			
Planet ecc.	0	0.05	0.1	0.2	0	0.05	0.1	0.2	0	0.05	0.1	0.2
apoapsis of 180 AU	210	210	210	–	–	230	–	–	–	–	–	–
apoapsis of 150 AU	220†	–	–	230	–	210†	230	240	–	–	–	–
apoapsis of 130 AU	–	–	–	220	–	220†	–	<b>210</b>	<b>220</b>	<b>220</b>	230	220
apoapsis of 120 AU	–	–	–	–	–	–	200	<b>190</b>	<b>220</b>	<b>220</b>	230	230

**Table 3.** Same as Table 2, but for the ratio  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{150}$  between the density at peak position and the maximum density between 100 and 150 AU.

Planet mass	$0.2 M_J$				$2 M_J$				$8 M_J$			
Planet ecc.	0	0.05	0.1	0.2	0	0.05	0.1	0.2	0	0.05	0.1	0.2
apoapsis of 180 AU	0.5	0.5	0.5	–	–	–	0.4	–	–	–	–	–
apoapsis of 150 AU	0.5†	–	–	0.8	–	0.6†	1.6	3.0	–	–	–	–
apoapsis of 130 AU	–	–	–	1.1	–	2.4†	–	<b>2.3</b>	<b>3.0</b>	<b>5.0</b>	6.0	8.0
apoapsis of 120 AU	–	–	–	–	–	–	1.3	<b>2.1</b>	<b>2.7</b>	<b>4.7</b>	4.2	4.5

**Table 4.** Same as in Table 2, but for the ratio  $\tau_{\text{peak}}/\tau_{250}$  between the density at peak position and the density in the gap around 250 AU.

Planet mass	$0.2 M_J$				$2 M_J$				$8 M_J$			
Planet ecc.	0	0.05	0.1	0.2	0	0.05	0.1	0.2	0	0.05	0.1	0.2
apoapsis of 180 AU	1.5	1.7	1.3	–	–	–	1.1	–	–	–	–	–
apoapsis of 150 AU	1.7†	–	–	1.8	–	1.4†	1.5	2.0	–	–	–	–
apoapsis of 130 AU	–	–	–	2.0	–	1.7†	–	<b>2.0</b>	<b>1.9</b>	<b>1.9</b>	1.7	1.3
apoapsis of 120 AU	–	–	–	–	–	–	2.2	<b>2.1</b>	<b>1.8</b>	<b>1.7</b>	1.8	1.4



**Fig. 5.** Estimated profiles of dust optical depth (normal to the disk plane) by combining mid-infrared data (Marsh et al. 2002) and near-infrared data (Weinberger et al. 1999), compared to the simulation output of the best scenario, a  $2 M_J$  planet with an eccentricity of 0.2.

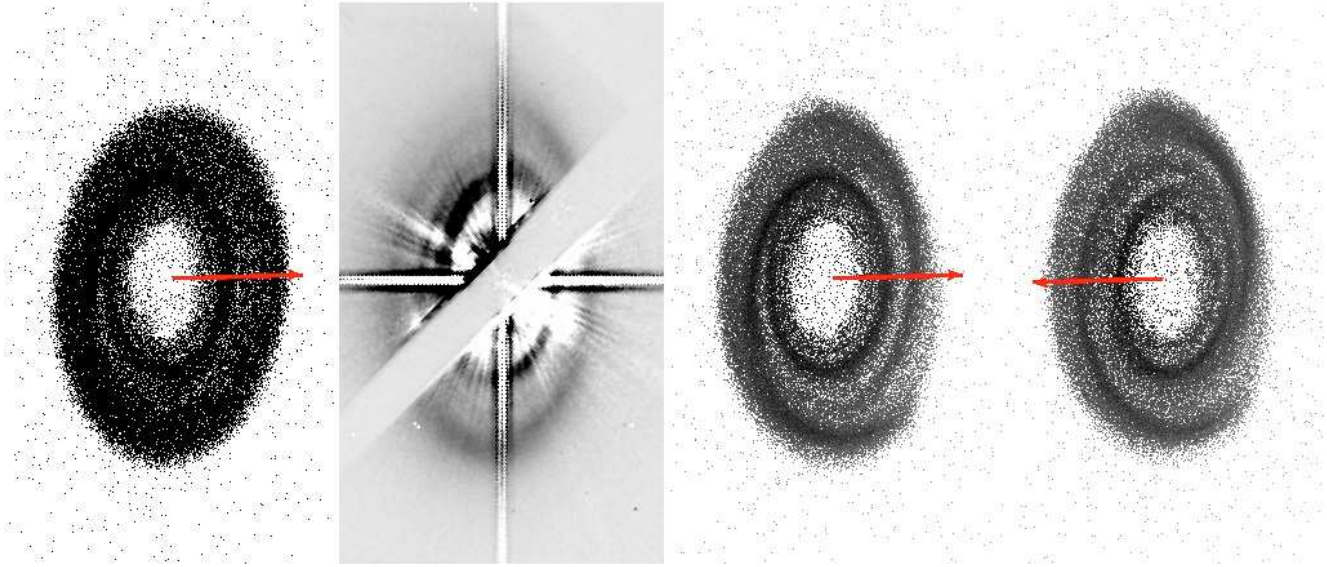
of the outer peak in the optical depth profile. The planet parameters are strongly constrained by the inner ring, but our simulations show that the planet also perturbs the outer parts of the disk, as shown in Figs. 5 and 6.

In less than 5 Myr, the planet has time enough to develop a strong, one-armed, anticlockwise wound spiral, due to the differential precession rate of the planetesimal orbits as explained by Augereau & Papaloizou (2004). The flyby thus does not occur with an initially smooth disk and this has strong consequences for the final shape of the structures produced by the flyby. For

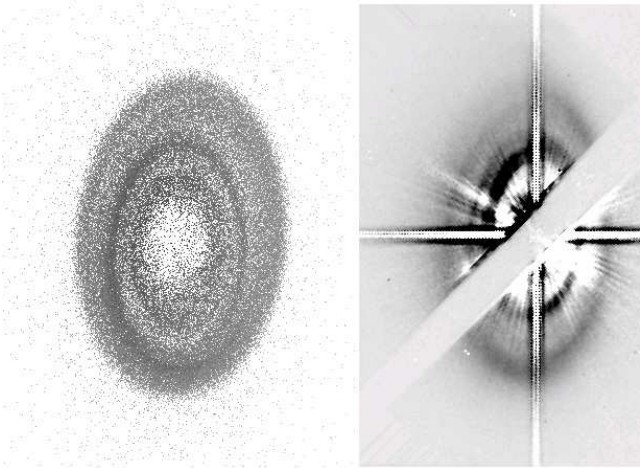
instance, in the case where the binary is on a retrograde orbit, we previously obtained a regular two armed spiral. But now, the planet not only produces the inner ring, but can also remove, or at least perturb, a significant fraction of one of the two spiral arms. As shown in Fig. 6, the disk morphology between 200 and 300 AU depends slightly on the direction of the planet periapsis with respect to the direction of the binary periapsis, but the differences remain too small to constrain the orientation of the planet orbit. The results are thus not perfect because the simulations still do not exactly reproduce the outer ring but they clearly show that we need a complete description of the system to properly account for it. It is not satisfactory to consider solely the external companions or the inner planet. Combining both, we clearly achieve a much better fit to the observations.

## 5. The flyby + 2 planets scenario

As the previous scenario is still not fully satisfactory because it still does not generate two rings clearly separated by a large gap, we have also investigated an alternative with two planets in the disk. Wyatt (2005) considered the case of a single planet at about 250 AU to explain the outer ring but without considering the perturbation due to the companion stars. We therefore first investigate the consequence of both the companions and the planet on the disk geometry. Using the solutions found in Sect. 3, it appears that adding the gravitational influence of the two companion stars does not improve the structure generated by the external planet but, on the contrary, disrupts them because the planetesimal orbits are too destabilised by the perturbations of the planet and the two companions. For this scenario, the constraints used in Sect. 3.2 are no longer valid and the correct orbital elements for the binary orbit are those which prevent interactions between



**Fig. 6.** Same as in Fig. 4, but for the best solution for the flyby + planet scenario in the case of a retrograde orbit of the binary (third panel). The red arrow indicates the direction of the planet periapsis. The planet mass is equal to  $2 M_J$ , its apoapsis is 130 AU and its eccentricity 0.2. The first panel show the disk before the flyby but after 5 Myr of gravitational perturbation by the planet. The fourth panel shows an alternative configuration where the initial direction of the planet periapsis is turned by  $180^\circ$ .



**Fig. 7.** Same as in Fig. 4, but for the flyby + 2 planets scenario. The inner planet mass is equal to  $2 M_J$ , its apoapsis is 130 AU and its eccentricity 0.2. The outer planet mass is  $0.2 M_J$ , its apoapsis is 250 AU and its eccentricity 0.05.

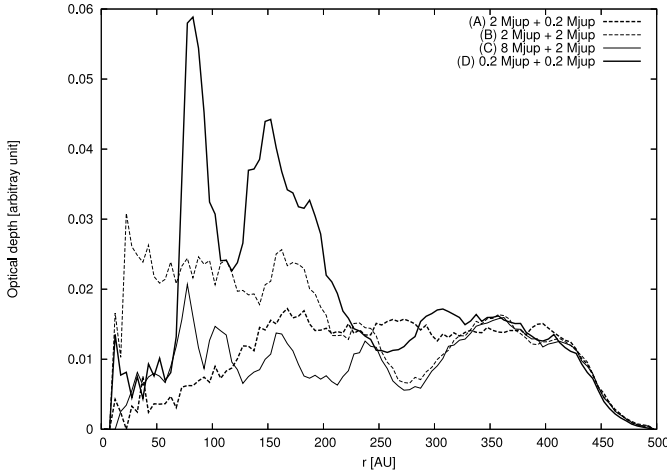
the disk and the two M stars: they still do not reach the periapsis location ( $u < 0$ ), or the periapsis itself is located at more than 1500 AU from the primary star.

Such a scenario cannot, however, reproduce the inner depletion below 150 AU; another planet is thus necessary, as in the previous section. According to Wyatt (2005), two scenarios can be considered: a  $0.2 M_J$  planet evolving over 5 Myr on an orbit with a semi-major axis of 250 AU and an eccentricity of 0.05, and a  $2 M_J$  planet perturbing the disk over 0.5 Myr and on the same orbit. We add thus another planet in the internal part of the disk, following the best solutions found in the previous section, namely a  $2 M_J$  planet on an orbit with a semi-major axis of 110 AU and an eccentricity of 0.2 or a  $8 M_J$  planet on an orbit

with a semi-major axis of 115 AU and an eccentricity of 0.05 (Fig. 7).

As in Sect. 4, the estimated radial profiles of the dust optical depth obtained with these simulations are compared to the observed optical depth at  $1.1 \mu\text{m}$  (Fig. 5). Two major pieces of information are therefore given by this method. First, and independently of the mass of the inner planet, a  $2 M_J$  at 250 AU generates a too deep gap in the disk compared to the observations (scenario B and C of Fig. 8). Contrary to scenario “flyby + 1 planet”, one cannot expect that the optical depth profile would be flattened by smaller dust particles sensitive to radiation pressure because the particles will be quickly removed from the gap, due to close encounter with this planet orbiting at 250 AU. Wyatt (2005) constrains the planet parameters considering the location and the winding of the spiral but there is a degeneracy between the planet mass and the time the planet is orbiting around the star. If one adds the constraints given by the observations on the depth of the gap around 250 AU, only the scenarios with smaller planet masses ( $0.2 M_J$ ) orbiting for a long time (5 Myr) are satisfactory (scenario A and D of Fig. 8)). Second, the simulations show that it is difficult to obtain an inner ring massive enough between the two planets at around 200 AU. Due to the perturbations of these two planets, many planetesimals are ejected from the disk. We have therefore tried other simulations with a smaller mass ( $0.2 M_J$ , scenario D) for the internal planet in order to less perturb the disk. However, the results are still not satisfactory because the peak position is not at the correct location (150 AU instead of 200 AU) and because, with a low mass planet, there are too many planetesimals below 100 AU.

A planet located at 250 AU from the primary star is a interesting alternative to the companions in order to explain the outer ring without the gravitational perturbation of the 2 stellar companions, but our work shows that combining it with another planet around 120 AU to explain the inner ring and the dust depletion within 150 AU does not provide satisfactory results. Even if it is still not perfect, the scenario “flyby + 1 planet”



**Fig. 8.** Optical depth obtained by simulations with 4 different scenarios for the mass of the 2 planets, to compare to Fig. 5.

is the one which gives the best results among the three scenarios studied in this paper.

## 6. Discussion

### 6.1. Probability of the encounter

The main drawback of the flyby scenario is that, according to our models, the binary passed to the periastris less than 8000 years ago. The probability of observing such an event is low, making the flyby scenario statistically unlikely. On the other hand, the similar physical properties between the central star and the low mass companions suggest a common origin. The 3 stars have been independently estimated to be around 5 Myr (Weinberger et al. 2000; Merín et al. 2004) and the differential radial velocity between the HD 141569A and the binary is only a fraction of the total speed of the primary star. But the observed radial velocities clearly show that the binary is on an escape orbit and the open spiral structure observed in the disk is also in favour of a flyby scenario, as trailing structures are created by tidal effects (Augereau et al., in prep.).

One can however reconcile these positions with a hybrid scenario. HD 141569 could have been, in the past, a triple bound system until another star of its vicinity approached and destabilised the system, putting the binary on its current orbit. In this case, we would be observing the last periastris passage of the binary and the consequences of a 4 star encounter. This scenario could explain the observed velocities, the common physical properties and the disk size, and it is more plausible than a sole flyby of the binary. The gravitationally bound scenario studied by Augereau & Papaloizou (2004) and Quillen et al. (2005) can possibly be used to constraint the orbit of the binary before the encounter: typically an orbital period of several hundreds of thousand years and an apoapsis of almost 10 000 AU. It appears more probable that a fourth star destabilises such an orbit than the binary randomly cross the path of the primary star at less than 1000 AU. The study by Scally & Clarke (2001) shows that, in the Orion Nebula Cluster, almost all the stars undergo at least one encounter between 1000 and 10 000 AU. On the other hand, Aarnio et al. (2008) have found that HD 141569 formed in relative isolation, tens of parsecs away from the recent sites of star formation in the Ophiucus-Scorpius-Centaurus region. The likelihood of such a scenario has thus to be better estimated. Its dynamical modelling should also be investigated but this is beyond

the scope of this paper. Theoretical works are however already abundant in the literature (see, for example, the series discussing many aspects of the three-body scattering from Hut & Bahcall 1983; to Heggie et al. 1996).

### 6.2. Comparison with previous works

Other theoretical studies of the HD 141569 system can be divided in 3 groups with respect to the reproduced disk structures: the outer ring, the gap between the two rings or the extended spiral arms.

Augereau & Papaloizou (2004) and Quillen et al. (2005) have both studied the outer ring of the disk, but using different tools: a pure  $N$ -body code for Augereau & Papaloizou (2004) and a 2D hydrodynamics code for Quillen et al. (2005) assuming in the latter case that the gas and the dust are fully mixed. The main issue compared to our work is that they have considered bound orbits for the binary that are incompatible with the new measurement of radial velocities for the primary star. Interestingly, Augereau & Papaloizou (2004) well reproduce the outer ring but not the open spiral arms structure while it is the contrary for our work. One can therefore ask if the scenario with 4 stars can reconcile these two approaches. This should also be investigated in a future paper.

Wyatt (2005) and Takeuchi & Artymowicz (2001) have considered the opening of the gap between the two rings with very different mechanisms: a planet embedded in the disk (Wyatt 2005) or the interaction between the dust and the gas (Takeuchi & Artymowicz 2001). In the two cases, the authors do not consider the influence of the two companion stars which can be justified by our study of the kinematic constraints. It is indeed possible to obtain a binary orbit reproducing the observed radial velocities but which does not let the two M stars generate any perturbation of the disk because they pass too far from the disk or because they have not yet passed at the periastris. The planet used by Wyatt (2005) is efficient in opening the gap and generating the outer ring but, as shown in Sect. 5, it is difficult to improve this scenario in order to also explain the inner ring and the inner disk depletion. Takeuchi & Artymowicz (2001), with an alternative scenario of dust migration due to gas friction, generate a two ring structure but the hypothesis of axisymmetry does not leave a lot of possibilities to extend this work and explain the tightly-wound spiral structure of the outer ring nor the spiral arm in the extended diffuse emission.

Ardila et al. (2005) consider several physical processes for the modelling of HD 141569: gravitation, interaction between the gas and the dust, dust generation by collisions. It is therefore, up to now, the most complete theoretical study about HD 141569. They considered the case of a flyby in order to obtain large spiral arms similar to those observed in the extended diffuse emission. They also added a  $5 M_J$  planet, on an orbit with a semi-major axis of 100 AU with an eccentricity of 0.6, to explain the depleted zone below 150 AU. Although the authors obtain good results for the the extended spiral arms and the inner hole, they did not succeed in reproducing the two rings nor the gap in between. One possible explanation is that, in our work, we obtain satisfactory results only if we let the disk evolve with the planet for several million years before the flyby. To go further in the description of the HD 141569 system, it will be interesting to use the model developed by these authors but with the initial conditions of the binary orbit and the planet parameters established by our work.



## 7. Summary and conclusion

The binary orbit is found to be almost fixed by the observational constraint on a edge-on plane with respect to the observer. If the binary has had an influence on the disk structure, it should have had a passing time at the periastris between 5000 and 8000 years ago and a distance at periastris between 600 and 900 AU. The scenarios with retrograde orbits better reproduce the observations but prograde orbits cannot be totally excluded. In order to reproduce the observed structures in the debris disk, it also appears that the best scenario is a flyby with 1 planet embedded in the disk. For a  $2 M_J$  planet, its orbital eccentricity must be around 0.2 while for a  $8 M_J$  planet, it must be below 0.1. In the two cases, its apoapsis is about 130 AU.

This scenario is able to both reproduce the observed radial velocities of the stars and the overall structure of the disk with the model of a flyby by the binary and an embedded planet in the disk. However, this scenario is not fully satisfactory because it does not reproduce all the structures, and in particular the gap between the two annuli. Future studies could therefore extend this scenario, for example with the modelling of the gas and/or collisions, as we have not taken into account these effects on the dust dynamics.

*Acknowledgements.* We are grateful to Ken Marsh for the optical depth observational data and Xavier Delfosse for the discussion about the flyby encounter probability. We also thank John Papaloizou and the anonymous referee for helpful comments on this paper. Most of the computations presented were performed at the Service Commun de Calcul Intensif de l'Observatoire de Grenoble (SCCI).

## References

- Aarnio, A. N., Weinberger, A. J., Stassun, K. G., Mamajek, E. E., & James, D. J. 2008, ArXiv e-prints, 809
- Ardila, D. R., Lubow, S. H., Golimowski, D. A., et al. 2005, ApJ, 627, 986
- Augereau, J. C., & Papaloizou, J. C. B. 2004, A&A, 414, 1153
- Augereau, J. C., Lagrange, A. M., Mouillet, D., & Ménard, F. 1999, A&A, 350, L51
- Beust, H. 2003, A&A, 400, 1129
- Clampin, M., Krist, J. E., Ardila, D. R., et al. 2003, AJ, 126, 385
- Dent, W. R. F., Greaves, J. S., & Coulson, I. M. 2005, MNRAS, 359, 663
- Goto, M., Usuda, T., Dullemond, C. P., et al. 2006, ApJ, 652, 758
- Heggie, D. C., Hut, P., & McMillan, S. L. W. 1996, ApJ, 467, 359
- Hut, P., & Bahcall, J. N. 1983, ApJ, 268, 319
- Jonkheid, B., Kamp, I., Augereau, J.-C., & van Dishoeck, E. F. 2006, A&A, 453, 163
- Levison, H. F., & Duncan, M. J. 1994, Icarus, 108, 18
- Marsh, K. A., Silverstone, M. D., Becklin, E. E., et al. 2002, ApJ, 573, 425
- Merín, B., Montesinos, B., Eiroa, C., et al. 2004, A&A, 419, 301
- Mouillet, D., Lagrange, A. M., Augereau, J. C., & Ménard, F. 2001, A&A, 372, L61
- Pfalzner, S. 2003, ApJ, 592, 986
- Quillen, A. C., Varnière, P., Minchev, I., & Frank, A. 2005, AJ, 129, 2481
- Scally, A., & Clarke, C. 2001, MNRAS, 325, 449
- Sylvester, R. J., Skinner, C. J., Barlow, M. J., & Mannings, V. 1996, MNRAS, 279, 915
- Takeuchi, T., & Artymowicz, P. 2001, ApJ, 557, 990
- Thébault, P., & Wu, Y. 2008, A&A, 481, 713
- Weinberger, A. J., Becklin, E. E., Schneider, G., et al. 1999, ApJ, 525, L53
- Weinberger, A. J., Rich, R. M., Becklin, E. E., Zuckerman, B., & Matthews, K. 2000, ApJ, 544, 937
- Wisdom, J., & Holman, M. 1991, AJ, 102, 1528
- Wyatt, M. C. 2005, in BAAS, 673

## Troisième partie

# Véga et l'évolution dynamique des ceintures de Kuiper extrasolaires

## 5 Une famille de disques à expliquer

### 5.1 Présentation

Véga est la première étoile autour de laquelle fut détecté un disque circumstellaire (Aumann et al. [1984]), premier représentant de la classe des disques de débris. De nombreux autres disques ont depuis été détectés, soit par mesure de l'émission infrarouge des poussières froides soit par observation directe, et Véga est désormais considéré comme l'archétype des disques de débris pour sa valeur historique. Mais parmi les disques de débris résolus en imagerie directe (1.1 page 14), Véga fait partie d'un petit groupe de systèmes, avec  $\epsilon$  Eridani et Fomalhaut, dont les asymétries du disque ne peuvent s'expliquer par des perturbations séculières de compagnons planétaires, comme c'est le cas pour HD 4796 (Wyatt et al. [1999]) ou  $\beta$  Pictoris (Augereau et al. [2001]).  $\epsilon$  Eridani, Fomalhaut et Véga ont toutes les trois un disque présentant une ou plusieurs zones de sur-densités dans leur disque : on peut dès lors se demander si cela peut s'expliquer par un mécanisme commun à leur évolution ou s'il ne s'agit que de coïncidences, de phénomènes particuliers présentant des effets similaires.

S'agissant de Véga et d'un éventuel phénomène particulier, Su et al. [2005] ont ainsi envisagé l'hypothèse d'une collision destructrice d'un embryon de planète, plus petit que Pluton, qui provoquerait une production très importante de poussières, par une gigantesque cascade collisionnelle. Cela permettrait également d'expliquer la très grande quantité de poussières observées en infrarouge ( $3 \times 10^{-3}$  masse terrestre). Mais ce scénario explique difficilement la présence de plusieurs zones de sur-densités dans le disque et comme ces collisions catastrophiques sont relativement peu probables, on ne peut pas le généraliser pour l'appliquer aux disques de  $\epsilon$  Eridani et Fomalhaut.

D'autres études ont considéré des phénomènes suffisamment généraux pour pouvoir s'appliquer à ces différents systèmes, notamment la migration vers l'étoile des poussières à cause de l'effet Poynting-Robertson. Lors de ce type migration, les poussières resteraient piégées dans les résonances de moyen mouvement d'une planète interne, ce qui produirait une distribution spatiale asymétrique. Pour Véga, Wilner et al. [2002] ont ainsi reproduit les observations avec une planète de 3 masses de Jupiter, avec un demi-grand axe de 40 UA et une excentricité de 0.6. Mais ce modèle se heurte à un problème d'échelle de temps. Pour des systèmes âgés de quelques centaines de millions d'années, comme ceux observés, le temps de migration par l'effet de Poynting-Robertson est plus petit que celui du temps de collision (Wyatt [2005a]). Cela signifie que les poussières finissent par être détruites en poussières encore plus petites avant d'avoir eu le temps de migrer significativement. Or, ces produits de collisions, plus petits, sont sensibles à la pression de radiation qui les éjecte du système. Les poussières n'ont donc pas le temps de s'accumuler dans les résonances pour augmenter leur contraste et rendre visibles ces structures résonantes. Au

final, ce scénario a donc l'avantage de pourvoir être plus commun que celui de collision catastrophique, mais il nécessite des disques avec des densités de poussières bien plus petites que celles observées dans les disques de  $\epsilon$  Eridani, Fomalhaut et Vêga.

## 5.2 De la nécessité de migration planétaire

Wyatt [2003] a proposé un autre scénario susceptible d'être valable pour ces 3 disques de débris. Il s'agit toujours de poussières piégées dans les résonances de moyens mouvements, mais cette fois-ci à cause de la migration vers l'extérieur du disque d'une planète interne. Ce modèle s'inspire largement des études passées de la ceinture de Kuiper du système solaire et ne doit pas être confondu avec les scénarios plus connus de migrations planétaires (type I, type II ...) se produisant durant la phase protoplanétaire et conduisant les planètes à migrer vers l'intérieur du disque.

La ceinture de Kuiper est une zone du système solaire s'étendant au delà de 30 UA (orbite de Neptune) du Soleil. Située dans le plan de l'écliptique, elle est peuplée d'environ 100 000 corps de plus de 100 km de diamètre, pour ce que nous sommes capables de détecter. Une propriété remarquable des objets de la ceinture de Kuiper est qu'un nombre important de ces corps, 10%, sont en résonance avec Neptune. Le scénario favori pour expliquer cette configuration est une migration passée de Neptune due aux perturbations gravitationnelles de Jupiter et Saturne (Malhotra [1993], Morbidelli et al. [2006]). Initialement sur une orbite plus proche du Soleil, Neptune aurait reçu une accélération brusque des 2 planètes massives qui l'aurait envoyé vers les régions plus externes du Système Solaire. Lors de ce déplacement, les résonances de moyen mouvement croisent la trajectoires de ces corps de la ceinture de Kuiper qui ont une certaine probabilité de rester piégés dans la résonance. Une fois capturés, ces corps sont contraints à suivre la migration de la planète, à cause des perturbations gravitationnelles synchronisées qu'il reçoit. Un tel scénario permet donc d'accumuler dans les résonances de la poussière et des planétésimaux tout au long de la migration tout en éjectant du système les particules non-résonantes qui croiseraient la route de la planète migrante, augmentant ainsi le contraste entre particules résonantes et particules non résonantes.

En appliquant ce modèle aux systèmes extra-solaires, on obtient donc finalement, comme pour le scénario de migration dû à l'effet Poynting-Robertson, un disque de débris avec une quantité important de planétésimaux dans les résonances de moyen mouvement. Mais l'avantage de ce nouveau scénario par rapport au précédent est qu'il est totalement indépendant de la taille des poussières ou planétésimaux et qu'il élimine donc l'obstacle majeur des échelles de temps contradictoires.

Une autre réussite du modèle reproduisant la migration de Neptune est qu'il prédit également le Grand Bombardement Tardif (GBT), le bombardement intensif des régions internes du Système solaire par des astéroïdes des régions externes. En effet, lors de la migration de Neptune, la planète subit de nombreuses rencontres proches avec des planétésimaux de la ceinture de Kuiper. L'échange de moment cinétique qui s'y produit conduit en moyenne la planète à migrer encore d'avantage vers les régions externes tandis que les planétésimaux sont déviés vers les régions internes. Les scénarios actuels (Gomes

## 5 Une famille de disques à expliquer

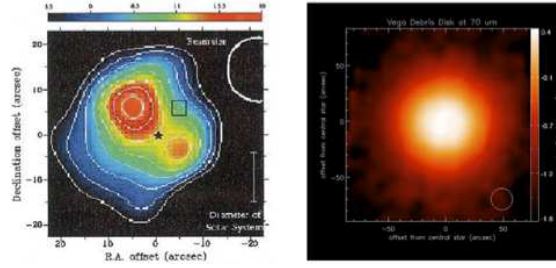


FIG. 5.1: **Le disque de Véga observé à différentes longueurs d'ondes.** L'image de gauche fut prise à l'aide de SCUBA au JCMT (Holland et al. [1998]) à 850 microns. Celle de droite provient de Spitzer à 70 microns (Su et al. [2005]).

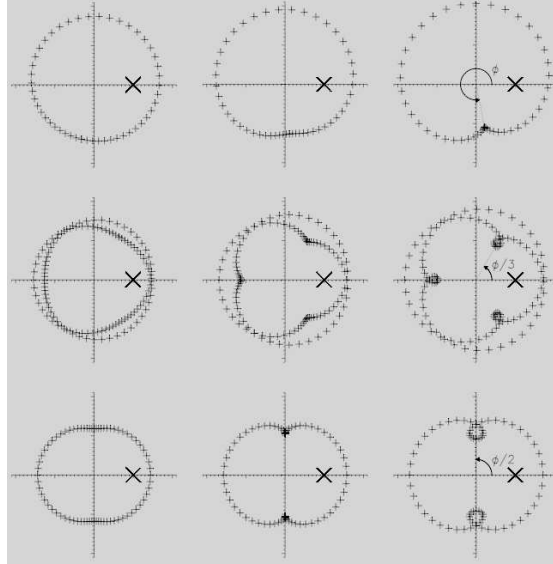


FIG. 5.2: **Orbites en résonances.** Lieu des orbites résonantes dans le référentiel en corotation avec le mouvement moyen de la planète (marquée par une grande croix). Les petites croix indiquent la position du planétésimal dans les différentes résonances ( $1 : 2$ ,  $3 : 5$  et  $2 : 3$ ) à des intervalles de  $1/24$  de la période orbitale de la planète. Les trois dessins pour chaque résonance montrent les lieux pour des excentricités du planétésimal de 0.1 (gauche), 0.2 (milieu) et 0.3 (droite), pour une valeur donnée du péricentre. De Wyatt [2003].



et al. [2005], Thommes et al. [2008]) envisagent que la migration de Neptune fut provoquée par des perturbations fortes de Jupiter et Saturne lorsque ces deux planètes se sont retrouvées en résonance de moyen mouvement. Le chambardement brutal des orbites des 4 planètes gazeuses a fortement perturbé les orbites des planétésimaux du disque de débris et en a envoyé une partie non négligeable dans la région centrale du Système Solaire, produisant ainsi le GBT.

Or, dans le cas du disque de Véra, on observe également de la poussière chaude (Absil et al. [2006]), donc très proche de l'étoile, en quantité trop importante pour y être produite de manière permanente, à cause de la durée de vie très faible des poussières. Un phénomène semblable au GBT dans le disque de Véra permettrait d'expliquer cette poussière chaude comme conséquence d'une intense, et éphémère, activité cométaire.

### 5.3 Discussion critique du modèle de Wyatt [2003]

Le scénario de planète migrante est donc plus bien satisfaisant que les précédents mais il soulève un certain nombre de questions. Wyatt [2003] a dû, pour ce premier article, considérer plusieurs hypothèses simplificatrices afin de pouvoir étudier ce problème de manière analytique et pour restreindre l'espace des paramètres à étudier, qui reste toutefois très vaste. Il s'est ainsi restreint à l'étude des planètes sur des orbites strictement circulaires et considérait uniquement un disque de poussière initialement froid dynamiquement ( $e_{poussieres} = 0$ ). De plus, il n'a pas tenu compte des planétésimaux non résonants qui peuvent diminuer le contraste des structures résonantes. Nous avons donc dans un premier temps exploré quelques unes de ces hypothèses à l'aide de simulations numériques afin de tester la sensibilité de ce modèle.

#### 5.3.1 La pression de radiation

Les images SCUBA à 850 microns sont sensibles à de grosses particules de poussières (de taille supérieure à 100 ou 200 microns) dont la dynamique est à priori peu affectées par la pression de radiation. Mais leur  $\beta$  n'est pas strictement nul et il faut donc tester si les structures résonantes survivent à la pression de radiation. J'ai fait l'hypothèse pour mes simulations que de larges et invisibles corps parents (i.e. des planétésimaux) capturés dans les résonances de moyens mouvements, insensibles à la pression de radiation, génèrent des particules de poussières, marginalement sensibles à la pression de radiation ( $\beta = 0,05$ ), avec la même vitesse initiale que leurs corps parents. Bien que cette valeur de  $\beta$  soit très faible, cela suffit (Fig. 5.3) pour que les poussières ne soient plus piégées dans les résonances et ces petits grains lissent alors toutes les asymétries dans le disque. On peut donc tirer plusieurs conclusions de cette constatation. Tout d'abord, la poussière observée à 850 microns doit vraiment avoir un  $\beta$  extrêmement faible pour rester dans les résonances et observer les structures engendrées. Ensuite, on s'attend à ce que le disque de poussières devienne de plus en plus lisse lorsqu'on l'observe avec des longueurs d'ondes de plus en plus petites car l'émission du disque est alors dominée par des particules plus petites et plus sensibles à la pression de radiation. Cela explique donc naturellement pour

les observation de Su et al. [2005] de Véga en infrarouge, à 70 microns révèlent un disque parfaitement lisse.

Indépendamment de cette étude sur le disque de Véga, il faut se garder de généraliser la proposition que plus des particules sont petites, plus le disque de poussières est lisse. En effet, les images de disques en lumière diffusée (montrant la distribution spatiale des poussières les plus fines) révèlent toutes des asymétries dans ces disques de débris. Mais il est difficile à l'heure actuelle d'expliquer pourquoi on observe de telles structures au lieu d'avoir des disques bien lisses.

Simultanément à mon travail, Wyatt a également publié un deuxième article (Wyatt [2006]) pour étendre son premier modèle aux poussières sensibles à la pression de radiation. La modélisation de la dynamique des particules n'est pas difficile en soi, au contraire de la prise en compte des collisions (**partie IV**). En effet, dans un disque de débris les poussières sont engendrées par collisions de particules plus grosses mais le traitement analytique ou numérique de cette question est délicat et nécessite d'utiliser un certain nombre d'approximations. Par exemple, comme outil numérique, on peut aussi bien utiliser des codes à N-corps offrant une bonne résolution spatiale mais un traitement sommaire des collisions ou des codes basés sur la physique statistique détaillent efficacement les collisions mais perdant de l'information spatiale, au moins la structure azimuthale du disque. La prise en compte des collisions complexifient donc le modèle et peut changer les conclusions sur la visibilité ou non des structures résonantes. [Wyatt, 2006] utilise un code à N-corps semblable à celui que j'utilise et arrive à la conclusion que les poussières sont majoritairement créées dans les résonances desquelles elles s'échappent par la suite. On obtient alors, au final, une structure en spirale issue des zones de sur-densités des résonances. Malheureusement, une autre étude basée sur un traitement statistique des collisions (Krivov et al. [2007]) montre plutôt que les poussières sont éjectées des résonances par les modifications de trajectoire dues aux collisions, avant de l'être par la pression de radiation. Dans ce cas là, les résonances ne sont plus le lieu de création principale des poussières et on ne s'attend donc pas à observer les structures prédites par [Wyatt, 2006].

Suivant l'approche utilisée, on obtient donc un résultat différent pour la distribution spatiale des particules modérément sensibles à la pression de radiation. En revanche, pour des particules avec un  $\beta$  élevé, comme sur les image de (Su et al. [2005]), la dynamique est tellement modifiée que l'endroit de leur création, dans les résonances ou non, n'est plus significatif.

### 5.3.2 L'excentricité de l'orbite de la planète

Revenant à des particules insensibles à la pression de radiation, il s'agit maintenant de considérer des planètes sur des orbites excentriques, et non plus circulaires comme supposé dans Wyatt [2003]. Comme prédit par de précédents calculs théoriques (Kuchner and Holman [2003]), les simulations (Fig. 5.4) montrent que même avec une faible excentricité ( $\sim 0,05$ ) la forme du disque se modifie significativement : il ne reste plus qu'un anneau de poussières avec un trou à l'endroit où se trouve la planète et les zones de surdensités sont lissées. Cela s'explique parce que la forme des structures résonantes

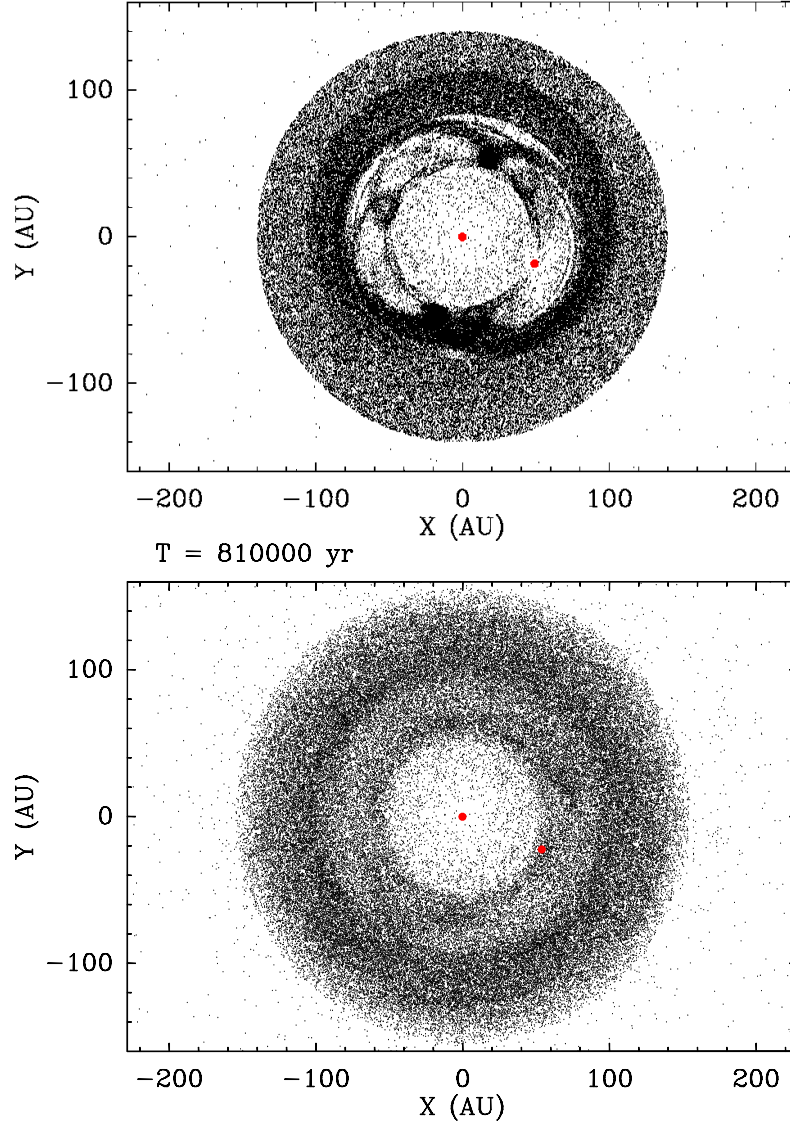


FIG. 5.3: Influence de la pression de radiation sur les structures résonantes. Haut : distribution des planétésimaux d'après le modèle de Wyatt [2003]. Bas : distribution des poussières produites par ces planétésimaux, en supposant  $\beta = 0.05$ .

## 5 Une famille de disques à expliquer

et les probabilités de capture sont extrêmement sensibles à l'excentricité de la planète. La proportion de particules non-résonante augmente, ce qui diminue la visibilité des résonances. De plus, les particules résonantes ont des amplitudes de librations plus grande, ce qui lisse les résonances.

Ces premières expériences numériques montrent combien le scénario de planète migrante peut être sensible à certains effets. Cela peut alors poser le problème de la généralité, ou de la probabilité, d'un tel phénomène car le but est ici de trouver un mécanisme suffisamment générique pour expliquer la plupart des asymétries observées dans les disques de débris. Hervé Beust, Jean-Charles Augereau, Olivier Absil et moi sommes donc partis du scénario proposé par Wyatt [2003] pour faire une exploration aussi complète que possible de certaines des hypothèses qu'il a utilisées dans le but d'établir des contraintes précises sur ce scénario et de pouvoir mieux discuter de sa généralisation à toute une famille d'objets. Comme le deuxième article de Wyatt [2006] s'est concentré sur l'influence de la pression de radiation, nous avons décidé de centrer notre étude sur les scénarios où la planète et/ou les planétésimaux ne sont plus sur des orbites strictement circulaires. Le Chapitre 6 expose ainsi la méthode et les résultats de ce travail. Il y est également exposé les résultats obtenus pour le cas plus particulier du disque de Véra. Dans le Chapitre 7, j'expose la physique de la migration planétaire et notre tentative pour obtenir une migration plus réaliste, résultante des interactions gravitationnelles entre la planète et le disque, au lieu de devoir introduire un nouveau paramètre libre dans les simulations.

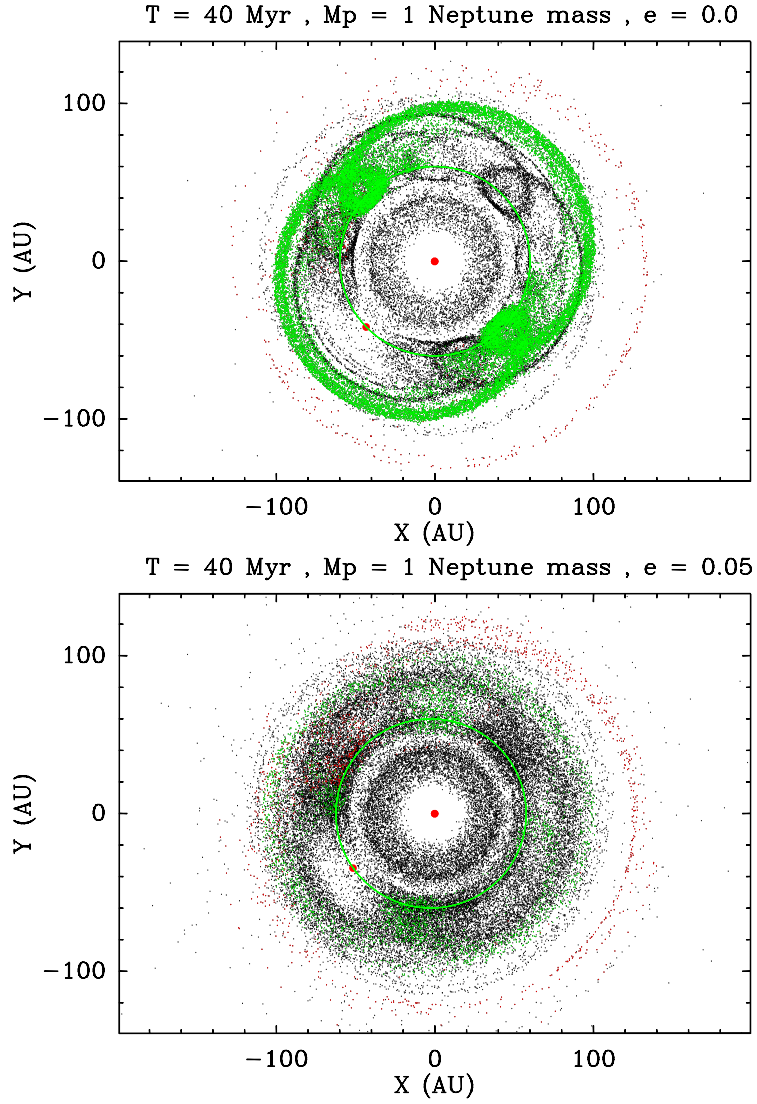


FIG. 5.4: Influence de l'excentricité de la planète sur les structures résonantes. Haut : Structures engendrées par une planète migrante de la masse de Neptune et sur une orbite circulaire. Bas : Structures engendrées par une planète migrante de la masse de Neptune et sur une orbite légèrement excentrique ( $e = 0.05$ ). Les points verts (resp. rouges) indiquent les planétésimaux en résonance 3 :2 (resp. 2 :1) avec la planète.

## 6 La généralisation du modèle

Les travaux réalisés par Hervé Beust, Jean-Charles Augereau, Olivier Absil et moi-même se basent sur l'étude de Wyatt [2003] sur les migrations planétaires dans les disques de débris, mais la complètent par une analyse plus détaillée de certaines de ces hypothèses : le rôle des particules non résonantes, l'excentricité de la planète, le statut dynamique du disque avant la migration ... Par rapport à son approche semi-analytique, l'utilisation de simulations numériques de notre part permet de considérer à la fois les particules résonantes et les particules non-résonantes et d'étudier beaucoup plus facilement des systèmes à la géométrie plus complexe, avec des corps ayant une excentricité ou une inclinaison différentes de zéro par exemple. Une partie de notre travail a aussi consisté à comparer si les conclusions obtenues par Wyatt [2003] sont équivalentes avec celles obtenues par notre approche numérique. La finalité de notre travail est d'étudier de la sensibilité de ce scénario à certains paramètres pour discuter de sa banalité ou non dans l'évolution dynamique des disques de débris. Cela explique donc le nombre importants de simulations menées afin d'explorer correctement l'espace des paramètres. Mais, comme Wyatt [2003], il s'agit également de tester ce modèle en l'appliquant au système de Véra afin de prédire la masse de la planète produisant les structures observées dans son disque de débris.

### 6.1 Reche et al. [2008]

#### 6.1.1 Méthode

Notre article (page 59) s'appuie sur un très grand nombre de simulations réalisées qui nous ont permis d'explorer de façon systématique l'espace des paramètres. Ainsi, pour le cas d'une migration à  $0.5 \text{ UA Ma}^{-1}$ , qui est la vitesse de migration utilisée pour le système de Véra par Wyatt [2003], dans un disque de débris initialement dynamique froid ( $e_{\text{planetesimaux}} = 0$ ), nous avons considéré 6 masses de planètes différentes (Terre, Neptune, Saturne, Jupiter, 2 masses de Jupiter et 3 masses de Jupiter) et 10 valeurs d'excentricité pour la planète (0 ; 0.01 ; 0.05 ; 0.1 ; 0.2 ; 0.3 ; 0.4 ; 0.5 ; 0.6 et 0.7). Chacune de ces 60 simulations se déroule sur 40 million d'années. Le code numérique utilisé pour ces simulations est SWIFT, dans sa version RMVS3<sup>1</sup> afin de traiter de manière satisfaisante les rencontres proches entre la planète et les 50000 particules tests présentes dans le disque. Chaque simulation a mis environ 3 jours à terminer sur un noeud du cluster

---

<sup>1</sup>Cette version a été parallélisée par mes soins afin de réduire le temps d'exécution des simulations. Techniquement, j'ai utilisé l'API OpenMP qui reste assez facile à mettre en place sur une architecture à mémoire partagée, comme c'est le cas sur les noeuds d'Icare.

ICARE<sup>2</sup>, chaque noeud étant un quadriprocesseur à 2.4 GHz. Pour étudier l'influence de la vitesse de migration, nous avons également considéré deux autres vitesses (0.05 et 5 UA Ma<sup>-1</sup>) avec 5 valeurs d'excentricité (0 ; 0.01 ; 0.05 ; 0.1 et 0.2) et toujours les 6 même masses de planète. Enfin, pour tester l'influence de l'état initial du disque, nous avons fixé la vitesse de migration à 0.5 UA Ma<sup>-1</sup> et considéré deux excentricités limites pour les planétésimaux du disque, 0.1 ou 0.2. Au total, cela représente 160 simulations à laquelle il faut ajouter toutes les simulations tests qui ne sont pas référencées dans notre article. Et l'on peut estimer que le temps de calcul total s'approche finalement de 100000 heures CPU.

### 6.1.2 Résultats

A partir de cette masse d'information, de nombreux résultats ont pu être obtenus :

- Concernant l'impact de l'excentricité sur les structures résonantes, les résultats sont très nets (Fig. 2 à 7 du papier). Dès que l'excentricité de la planète est supérieure à 0.05, les structures résonantes disparaissent, à l'exception des planètes très massives, i.e. 3 masses de Jupiter, qui sont moins sensibles à ce paramètre. Or, cette valeur limite est très faible : par exemple, donc notre Système Solaire, Jupiter, Saturne et Uranus sont au-dessus de cette limite et seul Neptune est en-dessous. De plus, la majorité des exoplanètes découvertes à ce jour sont sur des orbites donc l'excentricité est supérieur à cette limite. Cela donne donc une contrainte très forte sur la planète qui doit donc maintenir une excentricité faible pendant toute sa migration. Pour pouvoir utiliser ce scénario dans le but d'expliquer les structures observées dans certains disques, les modèles théoriques vont ainsi devoir expliquer comment les planètes restent en-dessous de cette limite pendant la migration.
- L'état initial du disque change également fortement les structures engendrées dans le disque (Fig. 11 du papier), avec une limite maximale de 0.1 pour garder des structures résonantes visibles. Cela impose donc un autre contrainte forte sur ce scénario, parce que les modèles actuels (Morbidelli et al. [2006]) prévoient pour l'instant des disques assez excités dynamiquement.
- Concernant le système de Vêga, nous sommes en accord avec le scénario global de Wyatt [2003], à savoir que la forme du disque peut s'expliquer par une migration d'une planète de masse moyenne sur une orbite circulaire avec une vitesse de 0.5 UA Ma<sup>-1</sup> pendant 40 millions d'années. Mais nous sommes en désaccord sur la valeur précise de la masse de la planète : une Neptune suffit selon lui alors qu'une Saturne est nécessaire d'après notre étude. Les structures spécifiques engendrées par une planète de la masse de Neptune prédite par son modèle n'apparaissent en effet que pour une planète de la masse de Saturne dans nos simulations. Il semblerait que ce désaccord provienne d'une simplification de son modèle, car il considère que la capture en résonance est définitive alors que dans le cas spécifique de Neptune, les particules s'échappent rapidement de la résonance 1 : 2 (Fig. 12 et 13 du papier).

---

<sup>2</sup><http://www.obs.ujf-grenoble.fr/SCCI/>

Pour résumer, notre travail corrobore largement l'étude de Wyatt [2003], à l'exception de la masse prédite pour la planète de Vége. Mais notre étude montre aussi que ce scénario de planète migrante a un domaine de validité finalement assez restreint s'il s'agit d'expliquer la présence d'asymétries dans la forme des disques de débris. Cela impose de fortes contraintes au modèle que les futurs développements théoriques devront expliquer, si l'on cherche à faire de ce scénario une étape banale de l'évolution d'un système planétaire. Dans le cas contraire où il apparaîtrait qu'une migration planétaire a peu de chance de respecter les contraintes établies dans notre article, il faudrait alors trouver un autre mécanisme à l'origine des asymétries actuellement observées dans les disques de débris.

### 6.2 Les développements futurs

Notre étude peut maintenant continuer dans deux directions différentes. Tout d'abord, si l'on reste dans le cadre général de ce scénario on peut chercher à obtenir une description plus réaliste de la migration planétaire. Pour l'instant, on force la planète à migrer en ajoutant une force ad-hoc dans le code numérique. Les résultats que nous obtenons ne sont alors peut-être pas les plus cohérents possibles. Le chapitre suivant est ainsi consacré à ce problème et à notre tentative d'obtenir des simulations plus réalistes. Cependant, les résultats ne sont pas encore satisfaisants et ce problème n'est toujours pas résolu.

Ensuite, nous pouvons chercher à explorer et contraindre davantage ce scénario de planète migrante au système de Vége. Il existe en effet un grand nombre d'observations disponible pour ce système et il serait intéressant d'obtenir un modèle permettant de toutes les expliquer à la fois. Ainsi, dans notre article, comme Wyatt [2003], nous essayons d'expliquer les structures visibles dans les observations submillimétriques. Mais il faudrait également expliquer la présence d'une quantité importante de poussières chaudes observées en interférométrie et la présence anormale de trop petites particules dans les observation infrarouges du disque externe (Su et al. [2005]). Afin d'avancer vers une compréhension globale de ce système, nous avons commencé une collaboration, principalement avec l'équipe de l'Institut d'Astrophysique de Jéna, pour rassembler diverses expertises sur la dynamique et les collisions dans les disques de débris. Des résultats préliminaires intéressants on déjà pu être obtenus, en ce qui concerne les poussières chaudes présentes dans les régions très interne du disque. En considérant un deuxième planète, plus massive et situé à l'intérieur de la planète migrante, on obtient un transport efficace de planétésimaux depuis la ceinture externe vers le centre du système. Ces planétésimaux peuvent à leur tour produire un quantité importante de poussières par photo-évaporation, correspondant aux ordres de grandeurs observés. Mais cela doit encore être approfondi et vérifié pour pouvoir conclure sur ce scénario.



# On the observability of resonant structures in planetesimal disks due to planetary migration<sup>\*</sup>

R. Reche, H. Beust, J.-C. Augereau, and O. Absil

Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble, CNRS, Université Joseph-Fourier, UMR 5571, Domaine Universitaire,  
38400 Saint-Martin d'Hères, France  
e-mail: [Remy.Reche@obs.ujf-grenoble.fr](mailto:Remy.Reche@obs.ujf-grenoble.fr)

Received 24 May 2007 / Accepted 18 December 2007

## ABSTRACT

**Context.** The observed clumpy structures in debris disks are commonly interpreted as particles trapped in mean-motion resonances with an unseen exo-planet. Populating the resonances requires a migrating process of either the particles (spiraling inward due to drag forces) or the planet (moving outward). Because the drag time-scale in resolved debris disks is generally long compared to the collisional time-scale, the planet migration scenario might be more likely, but this model has so far only been investigated for planets on circular orbits.

**Aims.** We present a thorough study of the impact of a migrating planet on a planetesimal disk, by exploring a broad range of masses and eccentricities for the planet. We discuss the sensitivity of the structures generated in debris disks to the basic planet parameters.

**Methods.** We perform many  $N$ -body numerical simulations, using the symplectic integrator SWIFT, taking into account the gravitational influence of the star and the planet on massless test particles. A constant migration rate is assumed for the planet.

**Results.** The effect of planetary migration on the trapping of particles in mean motion resonances is found to be very sensitive to the initial eccentricity of the planet and of the planetesimals. A planetary eccentricity as low as 0.05 is enough to smear out all the resonant structures, except for the most massive planets. The planetesimals also initially have to be on orbits with a mean eccentricity of less than 0.1 in order to keep the resonant clumps visible.

**Conclusions.** This numerical work extends previous analytical studies and provides a collection of disk images that may help in interpreting the observations of structures in debris disks. Overall, it shows that stringent conditions must be fulfilled to obtain observable resonant structures in debris disks. Theoretical models of the origin of planetary migration will therefore have to explain how planetary systems remain in a suitable configuration to reproduce the observed structures.

**Key words.** method:  $N$ -body simulations – celestial mechanics – stars: planetary systems – stars: individual: Vega

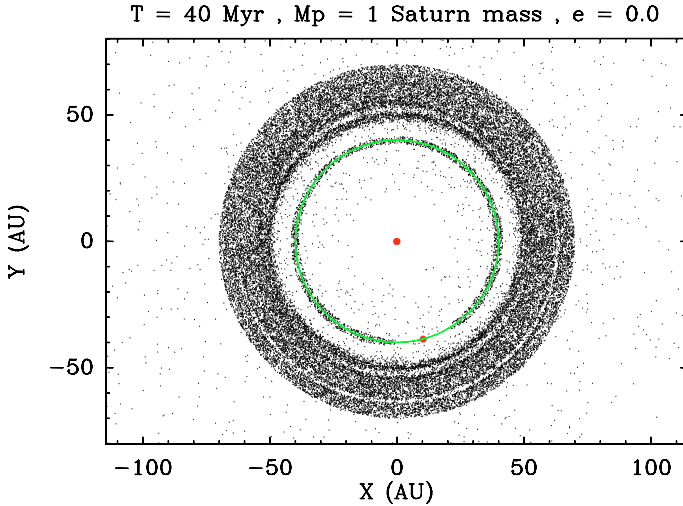
## 1. Introduction

Since the first direct imaging of a debris disk around  $\beta$  Pictoris by [Smith & Terile \(1984\)](#), a dozen other optically thin dust disks have been spatially resolved around nearby main-sequence stars showing an infrared excess ([Kalas et al. 2007](#); [Schneider et al. 2006](#), and references there in). The images often reveal asymmetric structures and clumps, interpreted as the signature of gravitational perturbations. A planet immersed in a debris disk usually produces structures such as a gap along its orbit, by ejecting particles during close encounters, or density waves (e.g. a one-arm spiral), by modifying the precession rate of the dust particles ([Wyatt 2005a](#)). However, such structures cannot explain the observations of clumpy, non-axisymmetric disks ([Augereau 2004](#); [Meyer et al. 2007](#)), and resonant mechanisms with unseen planets have been proposed to account for the observed asymmetries ([Ozernoy et al. 2000](#); [Quillen & Thorndike 2002](#); [Kuchner & Holman 2003](#); [Wyatt 2003](#)). A particle belongs to a mean motion resonance (MMR) when the particle to planet period ratio is a rational number,  $m:n$  with  $m$  and  $n$  integers. An MMR is located at a semi-major axis  $a$  given by  $a/a_p = (m/n)^{2/3}$ , where  $a_p$  is the planet semi-major axis. In the Solar System, for example, about 15% of the known Kuiper Belt objects, including Pluto, are trapped in the 3:2 resonance with Neptune ([Chiang et al. 2007](#)). The interesting property of MMRs for

modeling asymmetric disks is that, as explained for example in [Murray & Dermott \(2000\)](#), resonant objects are not uniformly distributed in azimuth around a star: rather they gather at specific longitudes relative to the perturbing planet and subsequently form clumps. This arises from properties specific to MMRs as a given particle trapped in a MMR with a planet undergoes conjunctions with the planet at specific locations along its orbit. The particles tend to gather around the most stable orbital configurations that ensure that the conjunctions occur at the maximum relative distance. The clumps, which are the result of the collective effects of resonant particles, generally corotate with the planet ([Kuchner & Holman 2003](#)), while each of these resonant bodies has a different period from that of the planet (except for 1:1 resonant planetesimals): hence the motion of these density waves differs from the orbital motion of the resonant particles. However, MMRs are very thin radial structures that usually trap a small number of particles in a given disk. Therefore, any structure due to MMRs has a high chance of being totally hidden by the emission of the non-resonant particles, as illustrated in [Fig. 1](#).

For clumps due to MMRs to be observed, the population of resonant particles must be significantly enhanced by an additional physical process. Two mechanisms can account for this: Poynting-Robertson ( $P-R$ ) drag and planet migration. Dust particles that are too large to be ejected from the system by radiation pressure can spiral inward into the star due to  $P-R$  drag and to some other minor forces like stellar wind drag (e.g.

<sup>\*</sup> Figures 4–7 and Tables 2–4 are only available in electronic form at <http://www.aanda.org>



**Fig. 1.** Example of a planetesimal disk without outward planet migration, nor inward  $P - R$  drag migration of the test particles, according to our numerical simulations as explained in Sect. 2. The star and planet locations, projected onto the orbital plane of the planet, are represented by large red points, and the planet orbit by a thin green line. The initial planetesimal disk consists of 50 000 planetesimals distributed between 40 and 75 AU, with the surface density distribution proportional to  $r^{-1}$ . Although some planetesimals are trapped in MMRs with the planet, they are not sufficiently numerous to generate spatial structures (besides the 1:1 MMR). (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

Augereau & Beust 2006). In the course of its inward migration, a dust particle can be trapped into exterior MMRs with a planet, hence increasing the contrast of their asymmetric patterns (Kuchner & Holman 2003; Deller & Maddison 2005). Planet migration, on the other hand, involves particles of all sizes, except those ejected by radiation pressure. Many particles can be trapped in MMRs by a planet migrating outward in the disk. Each non-resonant particle crossing an MMR has a chance trapped and subsequently migrating, following the resonance (Wyatt 2003).

Several authors have studied either the effect of  $P - R$  drag, or of planet migration, on disk structures, using different methods (analytic, semi-analytic or numerical) and various planet parameters (mass and orbital eccentricity). A summary of the main previous studies is provided in Table 1. The  $P - R$  drag scenario has been extensively studied for a wide range of parameters, while the migrating planet scenario has been investigated only for a planet on a circular orbit by Wyatt (2003). It is thus important to better characterize the latter scenario in order to distinguish which of the two dominates the morphology of debris disks. Moreover, a number of studies (Lecavelier Des Etangs et al. 1996; Wyatt 2005b; Krivov et al. 2007) have shown that collisions may prevent MMRs from being populated by  $P - R$  drag since the collision timescale in massive debris disks might be much shorter than the  $P - R$  drag migration timescale.

Therefore, we propose in this paper to extensively study the planet migration scenario, using numerical modeling, by generating a synthetic catalog similar to what has been done for the  $P - R$  drag scenario using analytical (Kuchner & Holman 2003) or numerical studies (Deller & Maddison 2005). We extend the pioneering work done by Wyatt (2003) in studying the influence of the planet eccentricity on the visibility of the resonant patterns. In Sect. 3, we discuss the case of a planet migrating on a circular or low-eccentricity orbit. In Sect. 4, we extend this study

to planets on orbits with eccentricities up to 0.7. This study is generalized to various migration rates and disk initial states in Sect. 5, and compared to previous studies in Sect. 6. The limitations of our approach are discussed in Sect. 7.

## 2. Numerical model

We consider a planetary system consisting of a star surrounded by a planet and a debris disk. We address the case of large particles, which are insensitive to pressure forces (radiation, stellar wind or gas pressure). The simulated disk is thus rather a planetesimal disk than a debris disk and we only consider gravitational forces. Importantly, we also do not take into account the gravitational interactions between planetesimals as they are negligible, nor mutual collisions. Dynamically speaking, the planetesimals are thus considered as test particles. A typical configuration for the simulations is a Vega-like central star ( $2.5 M_{\odot}$ ) and a planet orbit with a 40 AU pericenter at the starting time. The initial planetesimal disk consists of 50 000 planetesimals distributed between 40 and 75 AU on circular orbits, with a surface density distribution proportional to  $r^{-1}$ . The disk midplane coincides with the orbital plane of the planet, and the inclinations of the planetesimals are randomly distributed within  $\pm 3^{\circ}$ .

In this model, the planet keeps a Keplerian orbit around the star, or migrates at a constant rate without modification of its eccentricity. This basic model is easy to implement and to analyze, and corresponds to the case described by Wyatt (2003). The goal of this paper is to extend this initial work to a wider range of planet eccentricities by a numerical study. We start by studying planets on low-eccentricity orbits ( $e < 0.1$ ), and then extend our work to larger eccentricities.

To perform our simulations we have used the symplectic package SWIFT (Wisdom & Holman 1991; Levison & Duncan 1994), to which we have added planetary migration. To do this, we plugged in the Wyatt (2003) prescription. This method consists of adding an acceleration in the direction of the orbital motion of the planet, with an intensity equal to:  $\dot{v}_p = 0.5\dot{a}_p \sqrt{GM_*/a_p^3}$ , where  $G$  is the gravitational constant,  $M_*$  the stellar mass and  $\dot{a}_p$  the variation rate of the planet semi-major axis  $a_p$ . This causes a change in the planet semi-major axis without modifying its eccentricity (for a planet on a low-eccentricity orbit; for a planet on a higher eccentricity orbit the change is not significant) or its inclination. We do not discuss here the origin of the migration. It can be due either to the migration of a large internal planet, or to the gravitational influence of the planetesimals themselves. The most important here is that we keep  $\dot{a}_p$  constant during each simulation, generally at  $0.5 \text{ AU Myr}^{-1}$ , to match the Wyatt (2003) model for the Vega disk. We have used the RMVS3 version of the SWIFT integrator, in order to have a better modeling of the close encounters between the planet and the planetesimals. In all the simulations, the system evolution is followed for 40 Myr.

## 3. Planets on low-eccentricity orbits

The scenario of a planet on a low-eccentricity orbit is the most studied case (see Table 1), for several reasons. First, planets were originally expected to be on almost circular orbits because, during the protoplanetary phase, circumstellar gas forces the planets to remain on very low eccentricity orbits. A planet on such an orbit therefore corresponds to the “standard scenario”. Also, a low or zero planetary eccentricity simplifies an analytical analysis (Kuchner & Holman 2003). Nevertheless, it must be noted that

**Table 1.** Summary of recent papers on particles trapping in MMRs with a planet.

Authors	Method	Planet parameters		Migration	Notes
		Mass ratio <sup>a</sup>	eccentricity		
Wyatt (2003)	semi-analytic	0.0003 to 3	0	planet	Forced migration
Wyatt (2006)	semi-analytic			none	This work extends the previous one to smaller particles sensitive to radiation pressure
Kuchner & Holman (2003)	analytic	0.005 to 15	0 to 0.6	particles	Only resonant particles trapped during migration due to $P - R$ drag
Deller & Maddison (2005)	numerical	0.01 to 3	0 to 0.7	particles	Particles migrate due to $P - R$ drag and solar wind
Moro-Martín & Malhotra (2002)	numerical	0.05	0	particles	Study of the Kuiper Belt.
This paper	numerical	0.001 to 3	0 to 0.7	planet	Only planetesimals disk, forced migration

<sup>a</sup> Planetary mass in Jovian mass divided by stellar mass in solar mass.

many of the extrasolar planets detected so far have high eccentricities<sup>1</sup>, and we will therefore extend our study to high eccentricities in Sect. 4.

Although this standard scenario has already been well studied, all its aspects have not yet been investigated. Wyatt (2003) studied the case of an outward migrating planet on a strictly circular orbit, while Kuchner & Holman (2003) and Deller & Maddison (2005) studied the case of planets on fixed low-eccentricity orbits, considering only inward dust migration due to  $P - R$  drag. We propose in this section to numerically study a migrating planet on a circular or low-eccentricity orbit to search for possible differences with respect to previous studies.

### 3.1. General trends

Figures 2 to 5 show examples of results obtained with our numerical model. It appears that, with a planet on a low-eccentricity orbit, the planetesimals trapped in MMRs are numerous and dominate the shape of the disk. Four important factors must be taken into account to determine which resonances govern the aspect of the structures in the disk:

- External MMRs at large  $a/a_p$  are weaker and less able to trap numerous planetesimals than closer MMRs (Kuchner & Holman 2003). First-order resonances (i.e.  $m = n + 1$ ) with large  $m$  values are the closest and hence the strongest MMRs. However, MMRs near the planet are located close to each other and compete. A resonance overlap criterion (Wisdom 1980; Duncan et al. 1989) predicts that first-order resonances become completely chaotic when  $m > 0.45\mu^{-2/7} + 1$ , where  $\mu = m_p/M_*$ . This places a limit on the nearest resonance that can be populated. In the Solar System, the first completely overlapped MMR is the 17:18 for the Earth and the 4:5 in the case of Jupiter.
- Wyatt (2003) showed that the planetary mass acts as a threshold for the probability of capture in first-order external MMRs: for a fixed migration rate, the probability drops quickly to 0 below a certain planetary mass, while above this mass the probability grows quickly to 1. For MMRs of higher order, the transition is less sharp.
- An MMR that traps all the planetesimals at a given semi-major axis  $a_r$  stops the growth of any other resonance that reaches this  $a_r$  afterward. Resonances like 3:2 or 5:3 can thus trap a large number of planetesimals thanks to a large enough spatial separation, while resonances near the planet are too close to each other to trap large populations. This shows that any modeling of structure generation with this process must

be done globally, as the various MMRs compete with each other to be filled.

- The long term evolution of planetesimals trapped in MMRs globally results in an increase of their eccentricity. If this eccentricity becomes high enough, planetesimals can become planet-crossing. Thanks to the resonance, they are nevertheless phase-protected against close encounters with the planet. But if the eccentricity grows too high, this phase-protection does not hold any longer, due to strong modulations of the angular velocity. Hence MMRs are limited in eccentricity (Sicardy et al. 1993), with  $e_{\max} = (2/5m_p)^{1/2}$ . This concerns more specifically the MMRs that are close to the planet, as the planetesimals may easily become planet crossing. We thus expect the closest MMRs to lose planetesimals when they reach a given eccentricity limit. This is illustrated in Fig. 3 where the limits in eccentricity of the resonant populations are clearly visible.

In conclusion, only a few resonances, namely the most external of the first or second order resonances (4:3, 3:2, 5:3 and 2:1 resonance) capture most of the planetesimals. However, depending on the planet mass, the planetesimals that are not trapped in resonances can, or not, change the shape of the disk. In our simulations, planets with a mass above 1 Jupiter mass eject almost all the non-resonant planetesimals: the MMR structures therefore appear clearly. Below 1 Jupiter mass, planets cannot eject all the non-resonant planetesimals, which can then partly hide the MMR structures.

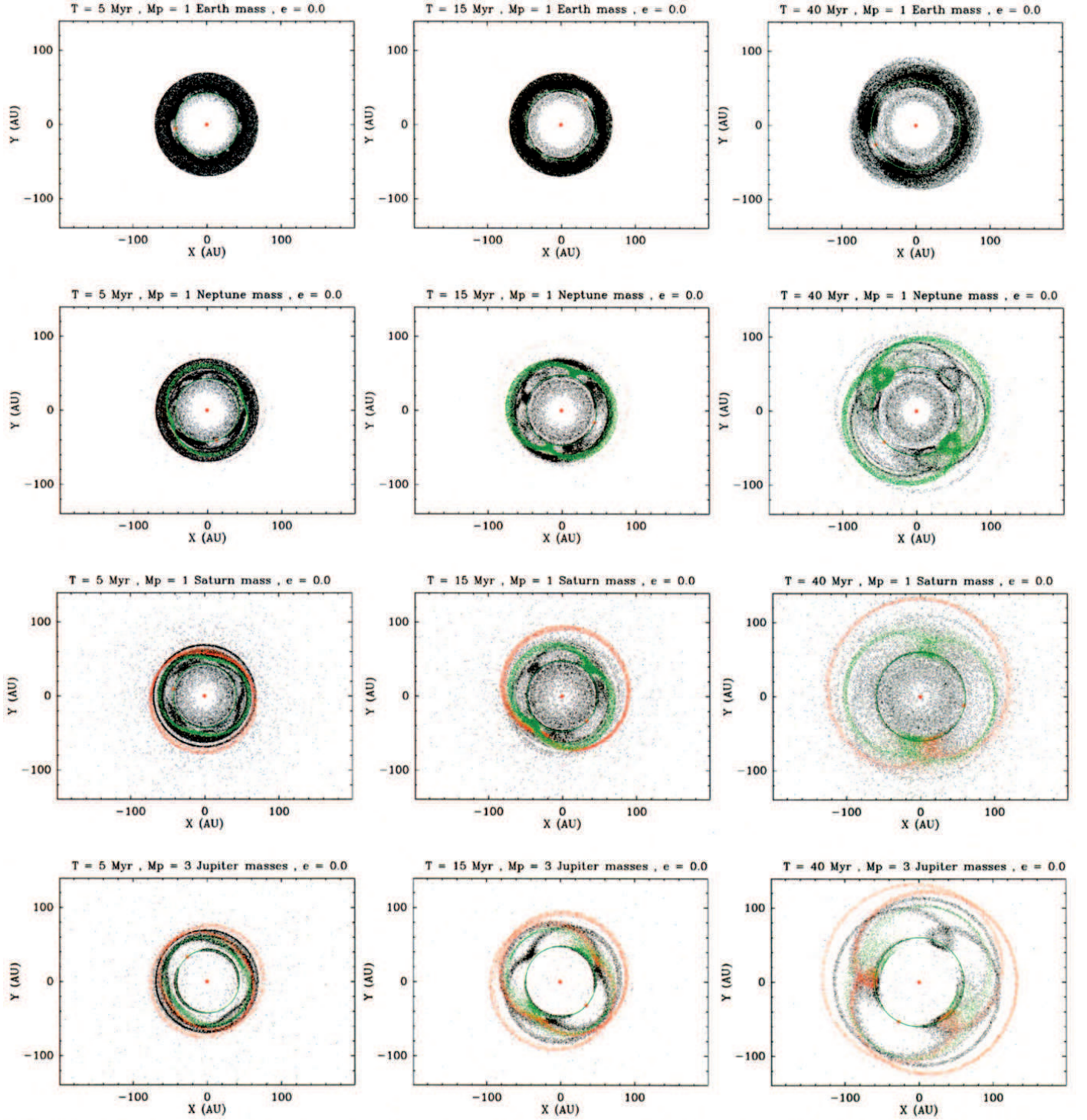
### 3.2. Circular orbits

In the circular orbit case (Figs. 2 and 3), differences appear between the simulations, depending on the planet mass:

- For an Earth mass planet, non resonant planetesimals are still bound to the system and hide all the resonant structures. However, a small hole at the planet location can be observed.
- For a Neptune mass planet, two clumps of equal density are generated by the 3:2 resonance and they are located in opposition with respect to the star. It also appears that the planet is not massive enough to capture many planetesimals in the 2:1 resonance and thus does not generate thin rings at large distances like more massive planets. Non-resonant planetesimals create a ring inside the planet orbit.
- For a Saturn mass planet, the 2:1 resonant pattern appears in addition to the 3:2 one. The 2:1 MMR produces only one clump near one of the two generated by the 3:2 resonance: the global structure thus becomes asymmetric. But, as in the

<sup>1</sup> <http://www.extrasolar.eu>



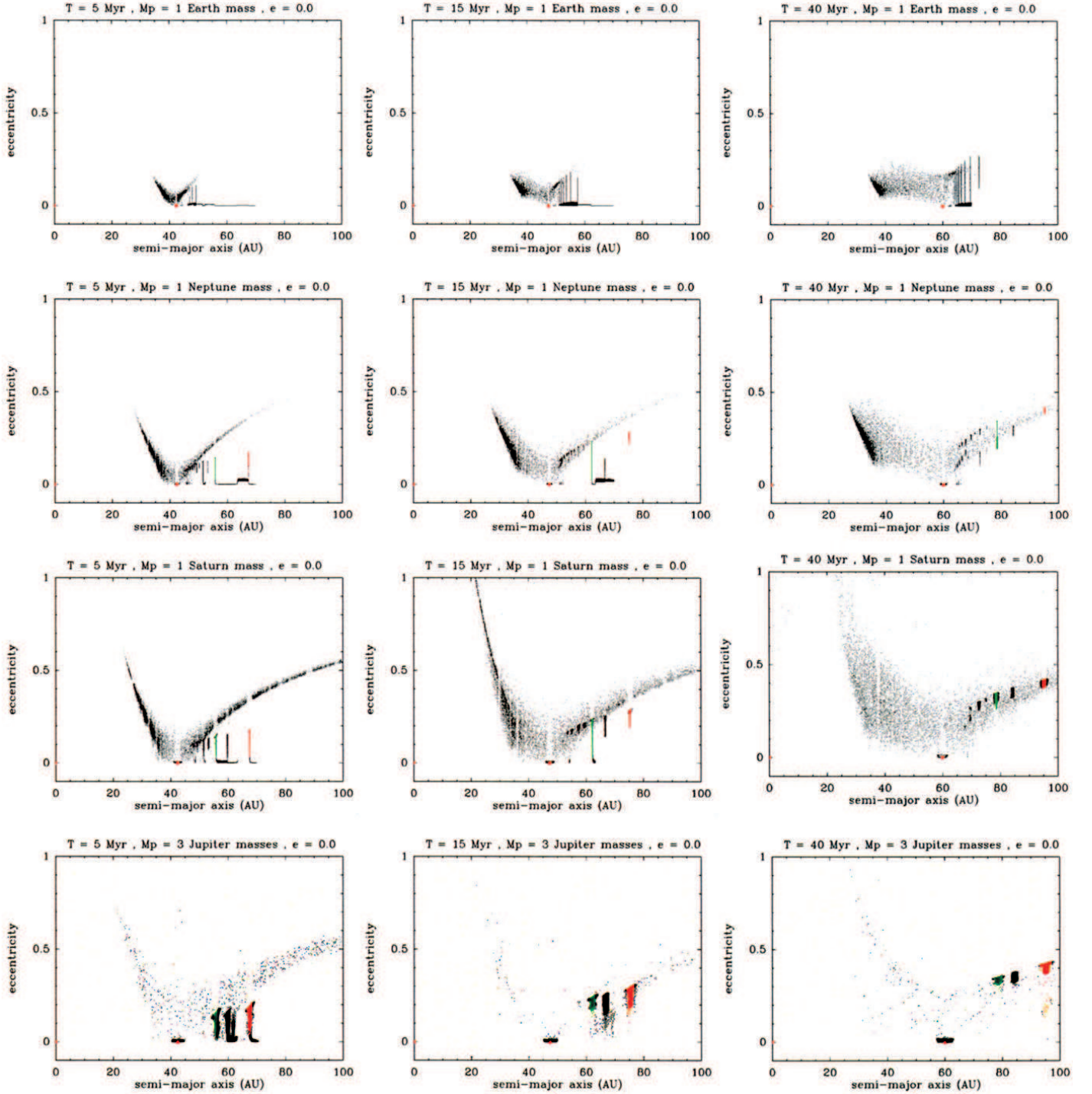


**Fig. 2.** Spatial distribution of planetesimals for a planet on a strictly circular orbit. The star and planet locations, projected onto the orbital plane of the planet, are represented by larger red points, and the planet orbit by a thin green line. Green (resp. red) points represent planetesimals trapped in 3:2 (resp. 2:1) resonance. The 4 rows correspond respectively to Earth mass, Neptune mass, Saturn mass and 3 Jupiter mass planets, from top to bottom. The 3 columns show the disk after 5, 15 and 40 Myr. The initial planetesimal disk consists of 50 000 planetesimals distributed between 40 and 75 AU, with the surface density distribution proportional to  $r^{-1}$ . (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

previous case, the non-resonant planetesimals are still numerous in the inner part of the disk and partly hide the resonant structures.

- For a 3 Jupiter mass planet, the 2:1 resonant pattern changes and generates two clumps of equal density near those of the 3:2 resonance. The global structure is symmetric but the two

clumps are no longer in opposition, because the libration centers of the 2:1 resonance are separated by less than  $180^\circ$  in longitude. The change in the 2:1 pattern is discussed in several papers (Chiang & Jordan 2002; Wyatt 2003; Murray-Clay & Chiang 2005): this resonance has two libration centers but



**Fig. 3.** Same simulations as in Fig. 2, with the planetesimals represented in a (semi-major axis, eccentricity) plane. The plotting conventions are the same as in Fig. 2. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

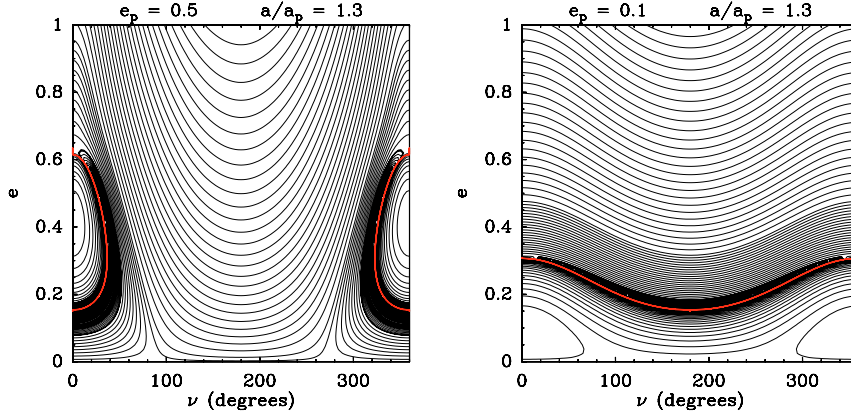
they do not have the same trapping probability and only massive planets can populate the second libration center.

### 3.3. Low-eccentricity orbits

Most of the structures discussed in Sect. 3.2 disappear as the planet eccentricity increases (Fig. 4). The libration amplitude of resonant planetesimals indeed increases, smoothing the density waves along the orbit. For eccentricities between 0.05 and 0.1,

the disk looks like a ring with a hole at the location of the planet, or no longer shows structures for the lower mass planets. The rings are not only due to the 1:1 resonant planetesimals corotating with the planet, but are also populated by other major resonances (e.g., 2:1, 3:2). Massive planets (last row of Fig. 4) are less sensitive to this effect because they can more efficiently eject planetesimals during close encounters, even if they are in the MMRs. Only resonant planetesimals with low libration amplitudes can survive and the disk remains structured as in the strictly circular case.





**Fig. 8.** Phase portraits (Hamiltonian level curves in an  $(\nu, e)$  plane) of the secular non-resonant dynamics in the planar restricted three body problem, for a fixed semi-major axis  $a = 1.3a_p$ , and planet eccentricities  $e_p = 0.5$  (left plot) and  $e_p = 0.1$  (right plot). The red line separates regions where the planetesimal orbit does not cross that of the planet (low eccentricities for  $e_p = 0.1$  and a small island around  $\nu = 0$  for  $e_p = 0.5$ ) from regions where both orbits cross each other. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

#### 4. Planets on eccentric orbits

At eccentricities larger than 0.1, planets can significantly modify the disk geometry and produce a dynamically warm disk where all planetesimals may reach high eccentricities. Analytical developments are more complex, but are still feasible as shown by [Kuchner & Holman \(2003\)](#) for resonant planetesimals and by [Wyatt et al. \(1999\)](#) for non-resonant planetesimals. So far, only the  $P-R$  drag migration scenario has been tested for such planetary orbits. We explore here the planet migration scenario in the case of eccentric orbits (Figs. 6 and 7).

According to previous works, three phenomena should change in our simulations with respect to the low-eccentricity orbit case. First, close encounters between the planet and the planetesimals are more frequent, increasing the depletion rate of the disk. As the probability of ejection increases with the planetary mass, the more massive the planet, the more depleted the disk. Second, even the non-resonant planetesimals see their eccentricities rise significantly due to the gravitational perturbation of the planet. Finally, the trapping probability is also modified ([Quillen 2006](#)): increasing the planetary eccentricity decreases the trapping probability of the first order resonances but can increase it for higher order resonances. With a planet on an eccentric orbit, the resonant planetesimals are also not well protected against close encounters, which limits even more the number of planetesimals in MMRs. The migration thus cannot populate the MMRs enough to generate detectable patterns: for structures generated by a planet on a moderate or high eccentricity orbit, the MMRs, and thus the migration of the planet, is no longer an important factor whatever the planet mass as the non-resonant dynamics dominates the shape of the disk.

The depletion rate is so efficient that the disk is almost entirely depleted during our 40 Myr simulations, except in the case of an Earth mass or Neptune mass planet on moderate eccentric orbits (below 0.2 or 0.3). An Earth mass planet on a more eccentric orbit (above 0.5) can also produce transient collective non-resonant effects, spatially fixed, in the azimuthal distribution of the planetesimals (Fig. 9) before the disk is depleted, as explained below.

##### 4.1. Non-resonant structures

The theoretical background for the dynamics of the planetesimals in our simulations is the restricted three-body problem, i.e., a problem where a mass-less test particle orbiting a star is perturbed by a planet orbiting the star on an unperturbed Keplerian orbit. We restrict ourselves to the planar case for simplicity. In

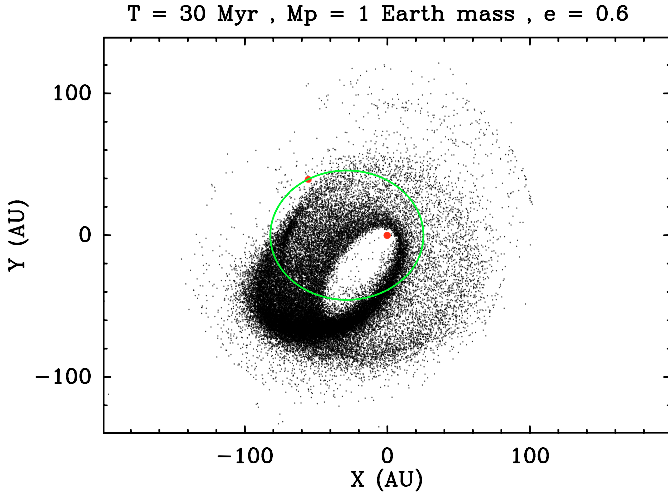
this framework, the Hamiltonian of the problem is (see, for instance [Morbideilli & Moons 1993](#))

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\mathcal{G}M_*}{2a} - \mathcal{G}m_p \left( \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|} - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_p}{r_p^3} \right), \quad (1)$$

where  $a$  is the osculating semi-major axis of the orbit of the planetesimal,  $M_*$  is the mass of the star,  $m_p$  that of the planet,  $\mathcal{G}$  is the constant of gravitation, and  $\mathbf{r}$  and  $\mathbf{r}_p$  are the heliocentric position vectors of the planetesimal and of the planet respectively. If the test particle is not locked into a mean-motion resonance with the planet, its secular motion is investigated by performing a double temporal averaging of  $\mathcal{H}_0$  over the orbital motions of the planet and of the planetesimal ([Beust & Dutrey 2006](#)). In this context, the semi-major axis  $a$  is a secular constant, as it is canonically coupled with the mean anomaly that has been removed from the Hamiltonian by the averaging process. The secular Hamiltonian of the planar problem turns out to have only one degree of freedom. It depends for instance only on the eccentricity of the planetesimal  $e$  and of its longitude of periastron  $\nu$  with respect to that of the planet. For any given fixed values for  $a$  and for the planet eccentricity  $e_p$ , we can draw a phase portrait (i.e., level curves of Hamiltonian) of the dynamics in an  $(\nu, e)$  plane.

Two examples for  $e_p = 0.1$  and  $e_p = 0.5$  are shown in Fig. 8. They both correspond to  $a = 1.3a_p$  ( $a_p$  is the semi-major axis of the planet). The whole dynamical problem obviously simply scales with  $a_p$ , so that  $a$  only needs to be given in units of  $a_p$ . The present case ( $a = 1.3a_p$ ) corresponds to a planetesimal orbiting outside the planet's orbit, like those we are simulating. Note also that the topology of the Hamiltonian is independent of the mass  $m_p$  of the planet, because the non-constant part of  $\mathcal{H}_0$  is proportional to  $m_p$ . Hence the plots in Fig. 8 hold for any planetary mass. The planetary mass  $m_p$  only affects the speed at which the planetesimal moves along the Hamiltonian level curves (the speed is  $\propto m_p$ ).

The plots in Fig. 8 hold for  $a = 1.3a_p$ , but for other values of  $a$ , we have similar plots. Conversely, the shape of the phase portrait depends critically on  $e_p$ . We see that for a small  $e_p$ , a planetesimal with a small initial  $e$  will keep  $e$  small for ever. For a large  $e_p$  however, any planetesimal with a small initial  $e$  will be driven to high  $e$  values and  $\nu \simeq 0$ . Starting from a population of planetesimals with negligible eccentricities, we end up after a certain delay with many highly eccentric planetesimals with their lines of apsides more or less aligned with that of the planet  $\nu \simeq 0$ . This naturally generates a clump of planetesimals close to the apoastron of their orbits, as due to Kepler's second law, the planetesimals spend most of their time near apoastron. This is the origin of the clumps we obtain in our simulations with low-mass planets (Fig. 9).



**Fig. 9.** An Earth mass planet on a very eccentric orbit ( $e_p = 0.6$ ). The plotting conventions are the same that Fig. 1. The disk structure does not rotate with the planet and is spatially fixed. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

So, why does this not hold for more massive planets? The secular dynamics described above is valid as long as the planetesimal does not undergo any close encounter with the planet. In the case of a close encounter, the orbit of the planetesimal is suddenly changed, and it is often ejected. Many regions in Fig. 8 correspond to a planet crossing orbit. The probability of having a close encounter with the planet within a given timespan is higher if the planet is more massive. It scales as  $m_p^{2/3}$ , because the Hill radius  $r_H$  of the planet scales as  $m_p^{1/3}$ , and the encounter cross-section is expected to scale as  $r_H^2$ . The mass ratio between a 3 Jupiter mass planet and an Earth-sized planet is  $\sim 1000$ . We thus expect a planetesimal to undergo 100 times more encounters with the first planet than with the second. Finally, with massive planets, most of the planetesimals are subject to a close encounter with the planet within the timespan of the simulation described in Fig. 6. This is why the disk appears so depleted at the end. Conversely, for low-mass planets, the close encounter probability is so low that many planetesimals keep following the secular dynamics until the end of the run. Therefore, they have enough time to generate a strong asymmetric clump.

We stress here that this clump is not due to any mean-motion resonance. There is thus no need for planet migration in this case and this may appear as an alternative scenario to mean-motion resonance for generating transient clumps. Nevertheless, even with an Earth mass planet, these clumps do not last as long as the resonant clumps. Planetesimals are not protected against close encounters with the planet, which finally deplete most of the disk after 35 Myr, in our simulations.

## 5. Generalization

As explained in the previous sections, we have run many simulations in order to sample correctly the parameter space of planetary eccentricity versus planetary mass. We can thus address the question of the visibility of asymmetric structures in a disk. As already mentioned, the shape of a disk is dominated either by resonant or by non-resonant planetesimals. The region where MMRs dominate the disk shape corresponds to planets on low-eccentricity orbits. In this region, two situations can occur: planets can generate clear resonant patterns with several

visible clumps in the disk (generally while on circular or very low eccentric orbits) or produce smooth patterns, with only a hole at the planet location as the visible structure (generally while on an orbit with an eccentricity between 0.05 and 0.1). Concerning the non-resonant planetesimals, Earth mass planets on eccentric orbits can generate observable structures by secular perturbations. Outside these regions, the disks do not show any observable structures, when they are not totally depleted. The results for all these simulations are summarized in Table 2 and Fig. 10. Three main regions can be identified. In zones I and II, observable structures in the disk are generated by MMRs while in zone III, transient structures are generated by non-resonant mechanisms. In the remaining region, the disk does not show any structure. In zone I, MMRs create clumpy disks while in zone II they generate a smooth disk with a hole at the planet location. This figure also shows the fraction of planetesimals still bound to the system after 40 Myr (background color). However, this quantity is sensitive to several parameters (stellar mass, duration of the simulation, initial distribution of the planetesimals ...) while the limits of the three zones are quite independent.

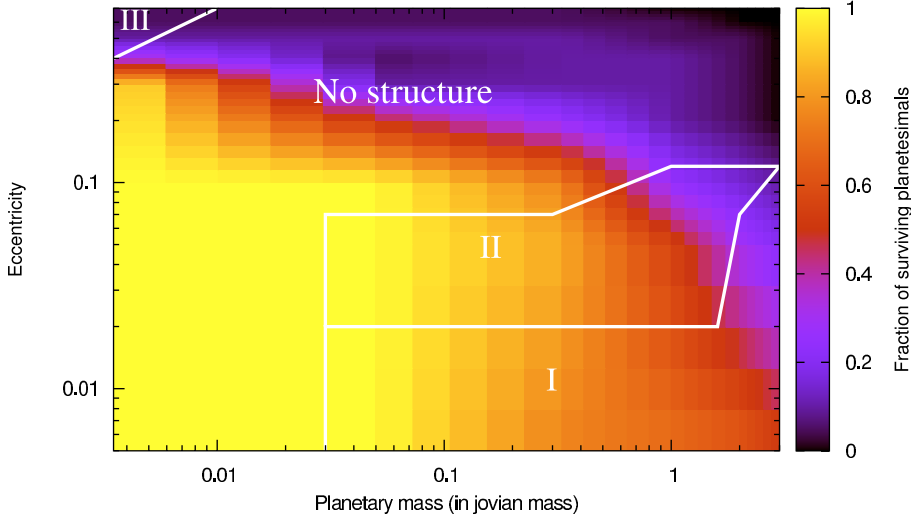
However, we have assumed for these simulations a constant migration rate of  $0.5 \text{ AU Myr}^{-1}$  and a disk of planetesimals initially on circular orbits. With different assumptions the outcomes of the simulations could be changed: we have thus investigated these two parameters in order to discuss the robustness of our conclusions. For a given planetary mass and eccentricity, we expect the structures to change, as the trapping probability depends on the migration rate and on the planetesimal eccentricity. But, again, our main focus is to determinate if the resonant structures are visible or not. For instance, in the low-eccentricity orbit case, Neptune mass and Jupiter mass planets do not produce the same structures but they have the same sensitivity to the planet eccentricity. Here, we investigate if the migration rate or the initial planetesimal eccentricity change these conclusions. The results of these additional simulations are summarized in Tables 3 and 4, in the same manner as in Table 2 for the nominal case. Table 3 corresponds to simulations with different migration rates but unexcited initial planetesimal disks. Table 4 describes simulations with initially excited disks.

### 5.1. Migration rate

In our work, the migration rate parameter was chosen to match the best fit obtained by Wyatt (2003) for the Vega debris disk to allow direct comparison. In his paper, Wyatt discussed the impact of the migration rate in the restrictive case of a planet on a circular orbit, and has shown that the trapping probability in an MMR increases with decreasing migration rates (or when the star is less massive).

We have thus performed simulations with a lower ( $0.05 \text{ AU Myr}^{-1}$ ) and a higher ( $5 \text{ AU Myr}^{-1}$ ) migration rate than previously (Table 3). Overall, our results are in good agreement with those of Wyatt (2003), even for eccentric orbits: the trapping probability increases when the migration rate decreases. For example, with a low migration rate, a Neptune mass planet traps planetesimals in the 2:1 MMR, while a Saturn mass planet populates the second libration center of the 2:1 resonance.

Although the disk resonant shape is modified because the populated MMRs change with the migration rate, the dependence on the mass and eccentricity of the planet remains unchanged: non-resonant planetesimals always dominate at moderate eccentricity and clear resonant patterns are only visible



**Fig. 10.** Overview of the simulation outputs for planetesimal disks, in a (planet mass, planet eccentricity) plane. All simulations shown in this figure concern a planet with a constant migration rate of  $0.5 \text{ AU Myr}^{-1}$ . Color scale indicates the fraction of planetesimals still bound after 40 Myr. The fraction of surviving planetesimals is linearly interpolated between the simulations of the Table 2. In zones I and II, observable structures in the disk are generated by MMRs while in zone III, transient structures are generated by non-resonant mechanisms. In the remaining region, the disk does not show any structure. In zone I, MMRs create clumpy disks while in zone II they generate a smooth disk with a hole at the planet location. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

with a planet on a quasi circular orbit. We still note some subtle changes between the different migration rates. With a higher migration rate, low mass planets have less time to increase the eccentricities of the non-resonant planetesimals which perturb less the resonant structures. With a very low migration rate, planets have more time, during close encounters, to eject non-resonant planetesimals, and resonant planetesimals in the eccentric planet orbit case. Nevertheless, as these changes are small, it is possible to summarize our simulations in the (planet eccentricity; planet mass) parameter space and to discuss the visibility of resonant clumps using only these two parameters, as in Fig. 10.

### 5.2. Warm disks

We have assumed in our simulations that the planetesimal disk was initially dynamically cold ( $e_{\text{disk}} = 0.0$ ), but Wyatt (2003), while using the same hypothesis, pointed out that dynamically warm disks are an interesting alternative to be studied. We have thus extended our work in this direction, assuming disks with planetesimal eccentricities uniformly distributed between 0 and  $e_{\text{limit}}$  (Table 4).

It appears that an initially warm disk does not differ much from a cold disk in the case of a planet on a moderate or high eccentricity orbit. The secular perturbations, or the close encounters, due to such a planet raise the planetesimal eccentricities on a timescale shorter than the migration time. A cold disk therefore becomes warm in the course of planetary migration. However, with a planet migrating on a circular orbit, the disk structures are different depending on the initial eccentricities of the planetesimals. A warm disk ( $e_{\text{limit}} = 0.1$ ) with a planet on a circular orbit is actually roughly equivalent to a cold disk with a planet on a low-eccentricity orbit (0.05 or 0.1): the MMRs trap many planetesimals but the clumps are smoothed by the large libration amplitude (Fig. 11). From our simulations, it appears that, for a Saturn mass or Jupiter mass planet on a circular orbit, an  $e_{\text{limit}}$  of 0.1 is already too high to keep the resonant clumps visible. On the other hand, planets above 2 Jupiter masses have a large enough depletion rate to keep the resonant clumps visible with an  $e_{\text{limit}}$  up to 0.2. These results show that the resonant structures are as sensitive to the planet eccentricity as to the planetesimals eccentricity.

## 6. Comparison with previous works

### 6.1. $P-R$ drag scenario

For both circular and low-eccentricity orbits, Kuchner & Holman (2003) obtain much larger differences in the structures between low and high mass planets than those observed in our simulations: the  $P-R$  drag scenario seems to have a stronger dependence on the planetary mass than the migration scenario. The particles migrating inward due to  $P-R$  drag encounter first the most external resonances, but the capture probability for these resonances is low and the dust is more likely trapped in resonances that are closer to the planet. With massive planets, however, the probability of capture in distant resonances is high enough to trap a large number of dust particles in these outer disk regions and stop them before they can populate closer resonances. The MMRs populated by  $P-R$  drag, and thus the structures generated, are therefore not the same, depending on the planetary mass. Conversely, in the case of planetary migration, all the resonances can be populated at the same time, as planetesimals are initially present in the whole disk: as explained in Sect. 3, the MMRs actually populated are thus roughly the same, whatever the planet mass.

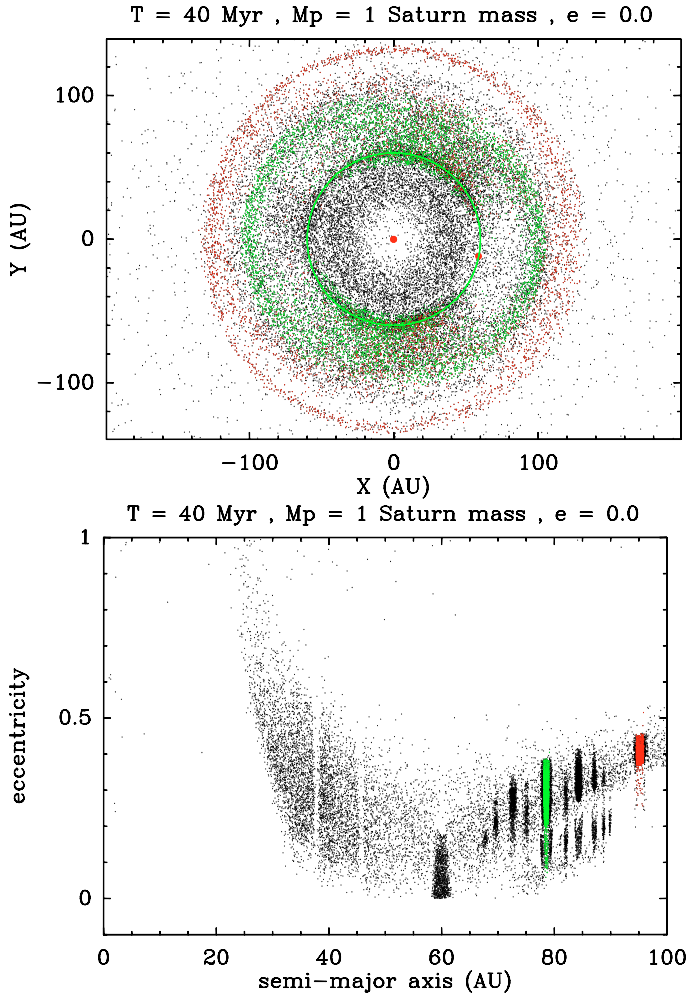
In practice, the differences between our results and those of Kuchner & Holman (2003) are more due to the initial planetesimal distribution in the disk than to the physical process. In their  $P-R$  drag scenario, the authors assume that the dust starts migrating inwards far away from the planet, outside the 2:1 resonance, while our planetary migration scenario assumes the planetesimals to be initially closer to the planet. If we started with planetesimals at a larger distance, we would have expected to see, as in the  $P-R$  drag scenario, more differences in the resonant structures for planets of different masses.

### 6.2. Planetary migration

Our results show that, with the forced planetary migration scenario, it is easy to distinguish a planet on a circular orbit from another on a low-eccentricity orbit, except for very low mass planets or very massive planets, because the resonant structures are drastically different. Constraining the planetary mass is more difficult than in the  $P-R$  drag scenario and only an order of magnitude can be expected.

Wyatt (2003) used this scenario to reproduce Vega disk observations at submillimetric wavelengths (Holland et al. 1998).





**Fig. 11.** A Saturn mass planet on a circular orbit migrating outward a dynamically warm disk. Initial eccentricities of planetesimals are uniformly distributed between 0 and 0.2. The plotting conventions are the same as in Figs. 2 and 3. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

We must take into account that, with the large SCUBA PSF, only the two major clumps can be observed. However, this is enough to distinguish between our three planet mass examples, at least for a migration rate of  $0.5 \text{ AU Myr}^{-1}$ :

- It is possible to distinguish between a Saturn mass planet and a Neptune mass or Jupiter mass planet because it is the only one out of the three that produces asymmetric clumps in density.
- We can also distinguish between a Neptune mass planet and a Jupiter one because, in the first case, the two clumps are in opposition with respect to the star, while, in the second case, the two clumps are separated in longitude by less than  $180^\circ$ .

It is thus possible to obtain an estimate of the planetary mass. The situation is well summarized by Fig. 11 of Wyatt (2003). It defines several regions in the (planetary mass, migration rate) parameter space that can be observationally distinguished from each other, but inside each region a wide range of planetary masses is possible.

Contradictions however appear between our simulation results and this previous study. The asymmetry in the emission of the two observed clumps was interpreted as the migration of a Neptune mass planet by Wyatt (2003). In his model, a Neptune can trap planetesimals in the 3:2 and 2:1 resonances and

generate two asymmetric clumps, like a Saturn mass planet in our simulations. With our numerical model, we have found that a Neptune mass planet cannot trap planetesimals in the 2:1 resonance, but only in the 3:2 resonance: the two clumps are thus symmetric and cannot reproduce the Vega disk. A Neptune mass planet at a migration rate of about  $0.5 \text{ AU Myr}^{-1}$  lies at the sharp transition between a 0 and a 100% trapping probability (Wyatt 2003, Fig. 4a). A small change in the planetary mass or the migration rate in this configuration produces a large modification in the population of this resonance. As Wyatt (2003) uses a scaling law to predict the trapping probability, differences between our results may be explained by the approximation of this scaling law.

Nevertheless, the 2:1 resonance has an interesting behavior in the Neptune mass planet case: it perturbs all the planetesimals that cross it, but as soon as they reach an eccentricity of about 0.02 (in 0.25 Myr), most of them escape. While a Saturn mass planet (or a more massive one) cleans up the space between the initial and final position of the 2:1 resonance during the migration by trapping all the planetesimals, a Neptune mass planet only slightly rises the eccentricity of planetesimals entering the 2:1 resonance during the migration process (Fig. 12).

This phenomenon is better seen when the planetesimal trajectories are drawn in a semi-major axis, eccentricity diagram where the semi-major axis of the planetesimals are in units of that of the planet, in order to hide the migration, as in Fig. 13. All the planetesimals initially have roughly the same trajectory (they move from right to left because they do not migrate), but the small variations have a strong impact when the planetesimals cross the resonance. Some planetesimals remain trapped in the MMR, while others escape after being temporarily perturbed. However, within each of these two subgroups, nearly all planetesimals have similar behavior: the permanently trapped planetesimals have the same libration amplitude and the temporarily perturbed planetesimals escape the resonance roughly at the same eccentricity.

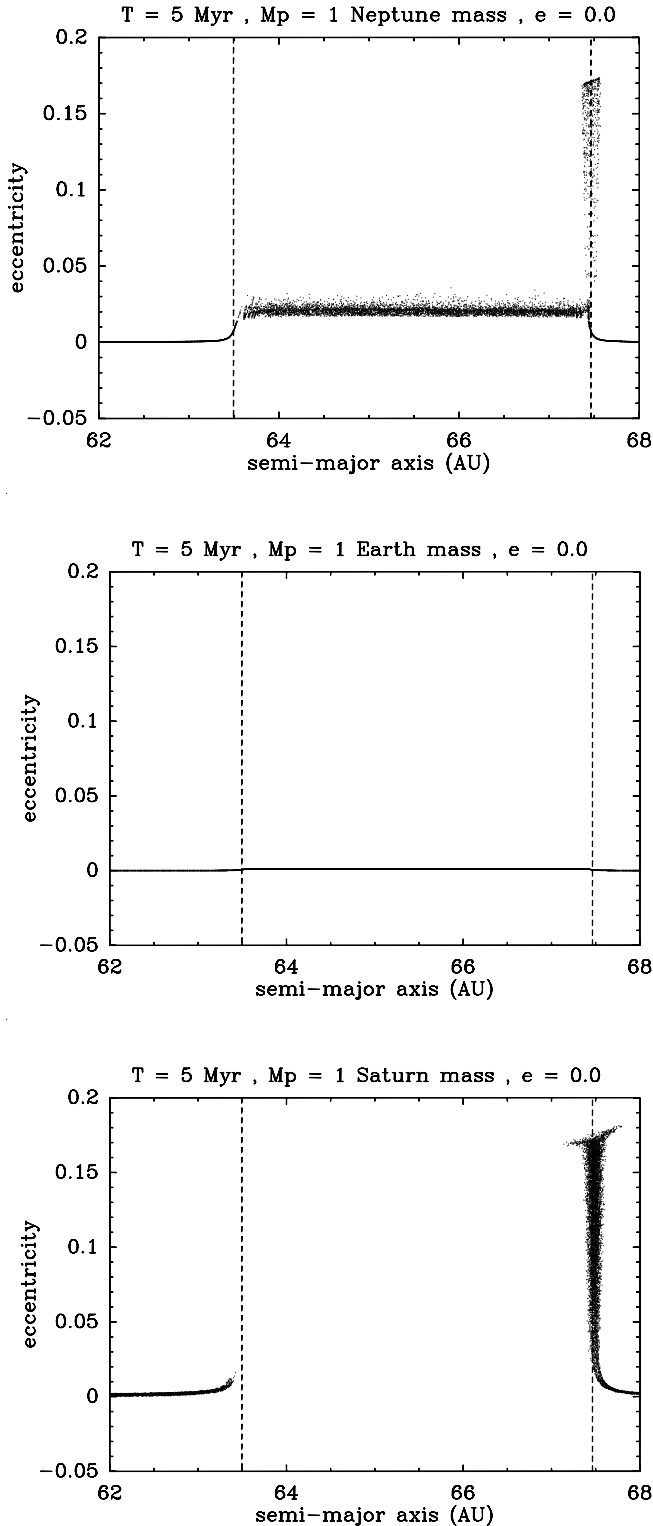
The width (in semi-major axis) of an MMR is proportional to the square root of the planetary mass (Beust & Morbidelli 1996). A Saturn mass planet therefore has wider resonances than a Neptune mass planet: its trapping probability is thus larger because it is less sensitive to the orbital parameters of the planetesimals which cross the MMR.

## 7. Discussion and limitations

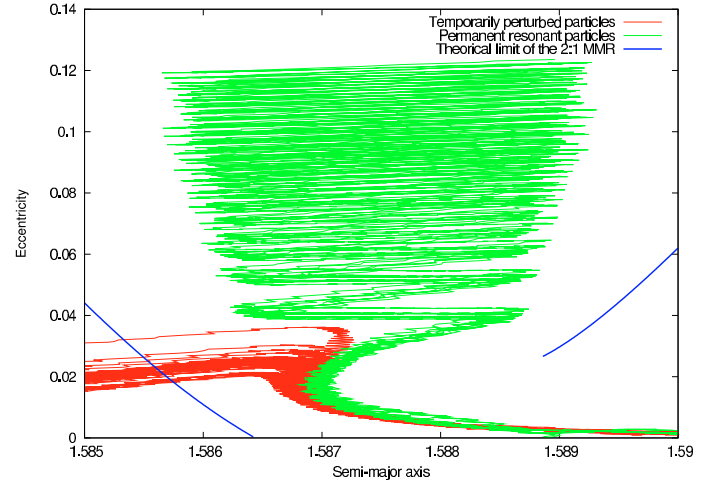
### 7.1. Dust content and collisional activity

In this paper, we have only discussed the spatial distribution of the planetesimals. However, it is the dust produced by collisions between these planetesimals, and not the planetesimals themselves, that contributes to the emitted flux and therefore to the observed disk shape. One has to investigate the influence of the collisions on the dust spatial distribution in order to reproduce the observations. Collisions can have several consequences for the dust particles:

- As collisional cascades produce dust particles of all sizes, radiation pressure cannot be neglected any longer. This has a strong incidence on the populations of the MMRs. As explained by Wyatt (2006); Krivov et al. (2007), depending on their sizes, the dust particles can either stay in the resonance, leave the resonance but still stay bound to the system, or be blown out of the disk. Even in the case where the MMRs dominate the dynamics of the planetesimals, the disk can look



**Fig. 12.** Capture in the 2:1 resonance for a Neptune mass planet (*top*), an Earth mass planet (*middle*) and a Saturn mass planet (*bottom*), all on a circular orbit, after 5 Myr. Dashed lines show the position of the resonance at the beginning and at the end of the simulations. In those simulations, an Earth mass planet does not capture at all planetesimals while a Saturn mass planet traps all of them. A Neptune mass planet only traps a fraction of the planetesimals but gives a small kick in eccentricity for the others. The plotting conventions are the same as in Fig. 3. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)



**Fig. 13.** Projection on the (semi-major axis, eccentricity) plane of the trajectory of 40 planetesimals near the 2:1 resonance of a Neptune mass planet, migrating on a circular orbit. The semi-major axis is in units of the planet semi-major axis. Green lines are for permanently trapped planetesimals while the red lines are for the temporarily perturbed planetesimals. (See the electronic edition of the Journal for a color version of this figure.)

rather smooth if the observations are sensitive to the smallest of the produced dust particles.

- The collision rate is not the same in the whole disk: it is enhanced in the MMRs, as shown by [Queck et al. \(2007\)](#). These authors have even calculated that the average collision rate in an MMR is the highest for first-order resonances (by a factor about 2 times the non-resonant collision rate). This implies that at the wavelengths where the observed dust particles can still appear trapped in the MMRs (typically at  $850\ \mu\text{m}$ ), the resonant clumps are more visible than in our simulations. This also means that the 3:5 resonance, often populated in the simulations, is actually not so prominent because its clumps have a lower average collision rate than the first order resonances.
- The destructive collisions produce fragments with different velocities from the parents bodies. Since these velocities are usually small compared to the orbital velocities, most of the fragments cannot leave the resonances. However, analytic results from [Krivov et al. \(2007\)](#) show that small particles produced by the collisional cascade are fast enough to escape the MMRs. Dust particles are mainly lost by this “velocity effect” before they become small enough to escape the MMR by radiation pressure.

In conclusion, predictions on the distribution of the smallest dust particles, observable in the near or mid-infrared wavebands, is difficult since it requires a proper description of the collisional activity and of the dynamics of particles influenced by radiation/wind forces. This is not the case for larger dust grains which are observable at submillimeter wavelengths: according to the previously quoted papers, these particles, created by mutual collisions between the planetesimals, stay in the MMRs. However, the most visible resonant clumps are not necessarily the most populated, because the collision rate depends on the order of the resonance.

## 7.2. Origin of planetary migration

The described simulations obtained with our model raise numerous questions about the interaction between a planetesimal disk

and a planet. The structures generated are very sensitive to the eccentricity of the planet, and to a lesser extent to the migration speed. Moreover, some of the generated structures (especially those obtained for high eccentricity, low-mass planets) appear only after a fairly long time. A key issue to address in this question is the temporal evolution of the eccentricity (and the migration rate) and the combined evolution of the disk. A low mass, high-eccentricity planet can only generate the features described above (Fig. 9) if its eccentricity remains high for a sufficiently long time. This may appear unrealistic, as the planet eccentricity should decrease due to the interactions with the planetesimals. Another important question is the transition between circular and low-eccentricity orbits: we have shown in the previous section that resonant patterns change significantly when the eccentricity deviates from 0. What will be the resulting disk structures if the planet eccentricity undergoes periodic secular modulation between these two regions (like the giant planets of the Solar System)? And how do the particles stay at an eccentricity lower than 0.1 all the time?

These questions can be resolved by better modeling the origin and the evolution of planetary migration. In any realistic simulation, the orbit of the planet will be subject to secular evolution. There is even no need for other planets for this. The interaction with the disk particles themselves can be sufficient to significantly affect the planetary orbit. Thus taking into account the influence of the disk on the planets is necessary to derive realistic simulations. Several studies have already discussed the origin of planetary migration either by “planet-planetesimals” (Ida et al. 2000; Gomes et al. 2004) interactions or by “planet-planet” interactions (Morbidei et al. 2006). Depending on the scenario and on the initial conditions, one can observe migration on low-eccentricity orbit or more chaotic migration after a short time on an eccentric orbit.

## 8. Conclusion

We have studied the problem of the presence of observable structures in planetesimal disks due to mean motion resonance with an unseen planet migrating outward in the disk. Using numerical simulations, we have explored a large range of parameters for the planet (mass and orbital eccentricity) and the disk (initial distribution of planetesimal eccentricities). In the case of a planet on a circular orbit migrating inside a dynamically cold disk, our results are in agreement with previous analytical studies.

In the cases not already addressed, namely planets on eccentric orbits or dynamically warm disks, we have found that the observability of resonant structures demands very specific orbital configurations. The clumps produced by MMRs with a planet on a circular orbit are smoothed in the case of a planet on an even moderately eccentric orbit. An eccentricity as low as 0.05 is enough to smooth all the resonant structures, except for the most massive planets. These results indicate that although trapping planetesimals in MMRs is an efficient mechanism to generate clumpy disks, stringent conditions must be fulfilled for this scenario to occur. Theoretical modeling of the origin of the

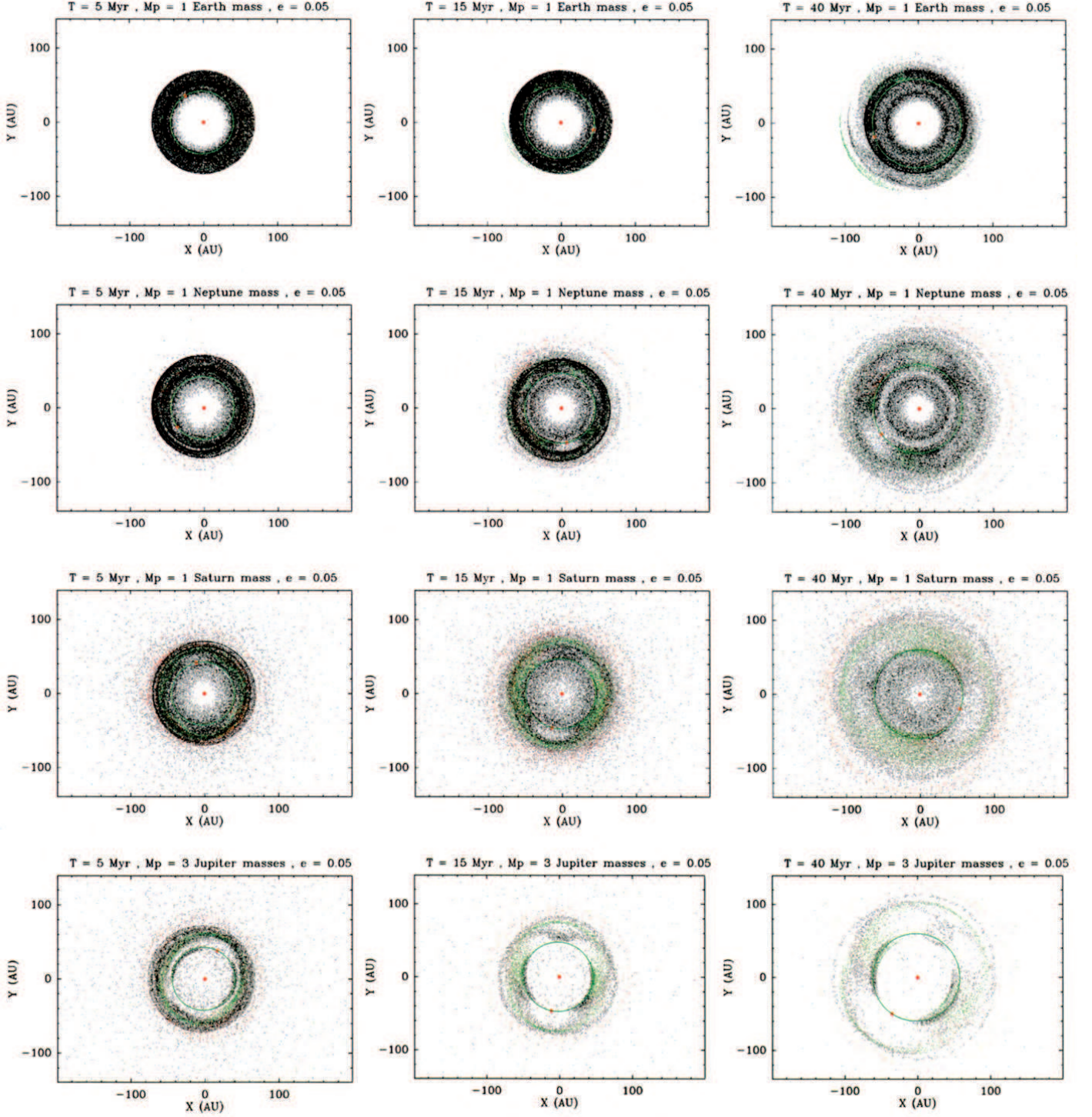
planetary migration therefore will have to explain how planetary systems can remain under these conditions. Moreover, we only consider a planet migrating at a constant rate. A more realistic model with a variable, stochastic migration rate can reduce the population of resonances and thus their observability. A better model of planet migration thus should be developed in future studies.

**Acknowledgements.** We are grateful to Philippe Thebault, Alexander V. Krivov and Martina Queck for enlightening discussions about dust collisions in debris disk. We also thank Alessandro Morbidelli, Jens Rodmann and the anonymous referee for helpful comments on this paper. Most of the computations presented in this paper were performed at the Service Commun de Calcul Intensif de l’Observatoire de Grenoble (SCCI).

## References

- Augereau, J.-C. 2004, in *Extrasolar Planets: Today and Tomorrow*, ed. J. Beaulieu, A. Lecavelier Des Etangs, & C. Terquem, ASP Conf. Ser., 321, 305
- Augereau, J.-C., & Beust, H. 2006, *A&A*, 455, 987
- Beust, H., & Dutrey, A. 2006, *A&A*, 446, 137
- Beust, H., & Morbidelli, A. 1996, *Icarus*, 120, 358
- Chiang, E., Lithwick, Y., Murray-Clay, R., et al. 2007, in *Protostars and Planets V*, ed. B. Reipurth, D. Jewitt, & K. Keil (Tucson: University of Arizona Press), 951, 895
- Chiang, E. I., & Jordan, A. B. 2002, *AJ*, 124, 3430
- Deller, A. T., & Maddison, S. T. 2005, *ApJ*, 625, 398
- Duncan, M., Quinn, T., & Tremaine, S. 1989, *Icarus*, 82, 402
- Gomes, R. S., Morbidelli, A., & Levison, H. F. 2004, *Icarus*, 170, 492
- Holland, W. S., Greaves, J. S., Zuckerman, B., et al. 1998, *Nature*, 392, 788
- Ida, S., Bryden, G., Lin, D. N. C., & Tanaka, H. 2000, *ApJ*, 534, 428
- Kalas, P., Fitzgerald, M. P., & Graham, J. R. 2007, *ApJ*, 661, L85
- Krivov, A. V., Queck, M., Löhne, T., & Sremčević, M. 2007, *A&A*, 462, 199
- Kuchner, M. J., & Holman, M. J. 2003, *ApJ*, 588, 1110
- Lecavelier Des Etangs, A., Scholl, H., Roques, F., Sicardy, B., & Vidal-Madjar, A. 1996, *Icarus*, 123, 168
- Levison, H. F., & Duncan, M. J. 1994, *Icarus*, 108, 18
- Meyer, M. R., Backman, D. E., Weinberger, A. J., & Wyatt, M. C. 2007, in *Protostars and Planets V*, ed. B. Reipurth, D. Jewitt, & K. Keil, 573
- Morbidei, A., & Moons, M. 1993, *Icarus*, 102, 316
- Morbidei, A., Levison, H. F., Gomes, R., & Tsiganis, K. 2006, in *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts, 38, #54.03
- Moro-Martín, A., & Malhotra, R. 2002, *AJ*, 124, 2305
- Murray, C. D., & Dermott, S. F. 2000, *Solar System Dynamics*, ISBN 0521575974, ed. C. D. Murray, & S. F. Dermott (Cambridge, UK: Cambridge University Press)
- Murray-Clay, R. A., & Chiang, E. I. 2005, *ApJ*, 619, 623
- Ozernoy, L. M., Gorkavyi, N. N., Mather, J. C., & Taidakova, T. A. 2000, *ApJ*, 537, L147
- Queck, M., Krivov, A. V., Sremčević, M., & Thébault, P. 2007, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 39
- Quillen, A. C. 2006, *MNRAS*, 365, 1367
- Quillen, A. C., & Thorndike, S. 2002, *ApJ*, 578, L149
- Schneider, G., Silverstone, M. D., Hines, D. C., et al. 2006, *ApJ*, 650, 414
- Sicardy, B., Beauge, C., Ferraz-Mello, S., Lazzaro, D., & Roques, F. 1993, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 57, 373
- Smith, B. A., & Terrile, R. J. 1984, *Science*, 226, 1421
- Wisdom, J. 1980, *AJ*, 85, 1122
- Wisdom, J., & Holman, M. 1991, *AJ*, 102, 1528
- Wyatt, M. C. 2003, *ApJ*, 598, 1321
- Wyatt, M. C. 2005a, *A&A*, 440, 937
- Wyatt, M. C. 2005b, *A&A*, 433, 1007
- Wyatt, M. C. 2006, *ApJ*, 639, 1153
- Wyatt, M. C., Dermott, S. F., Telesco, C. M., et al. 1999, *ApJ*, 527, 918





**Fig. 4.** Same as Fig. 2, for similar planets, but on a low-eccentricity orbit ( $e_p = 0.05$ ).

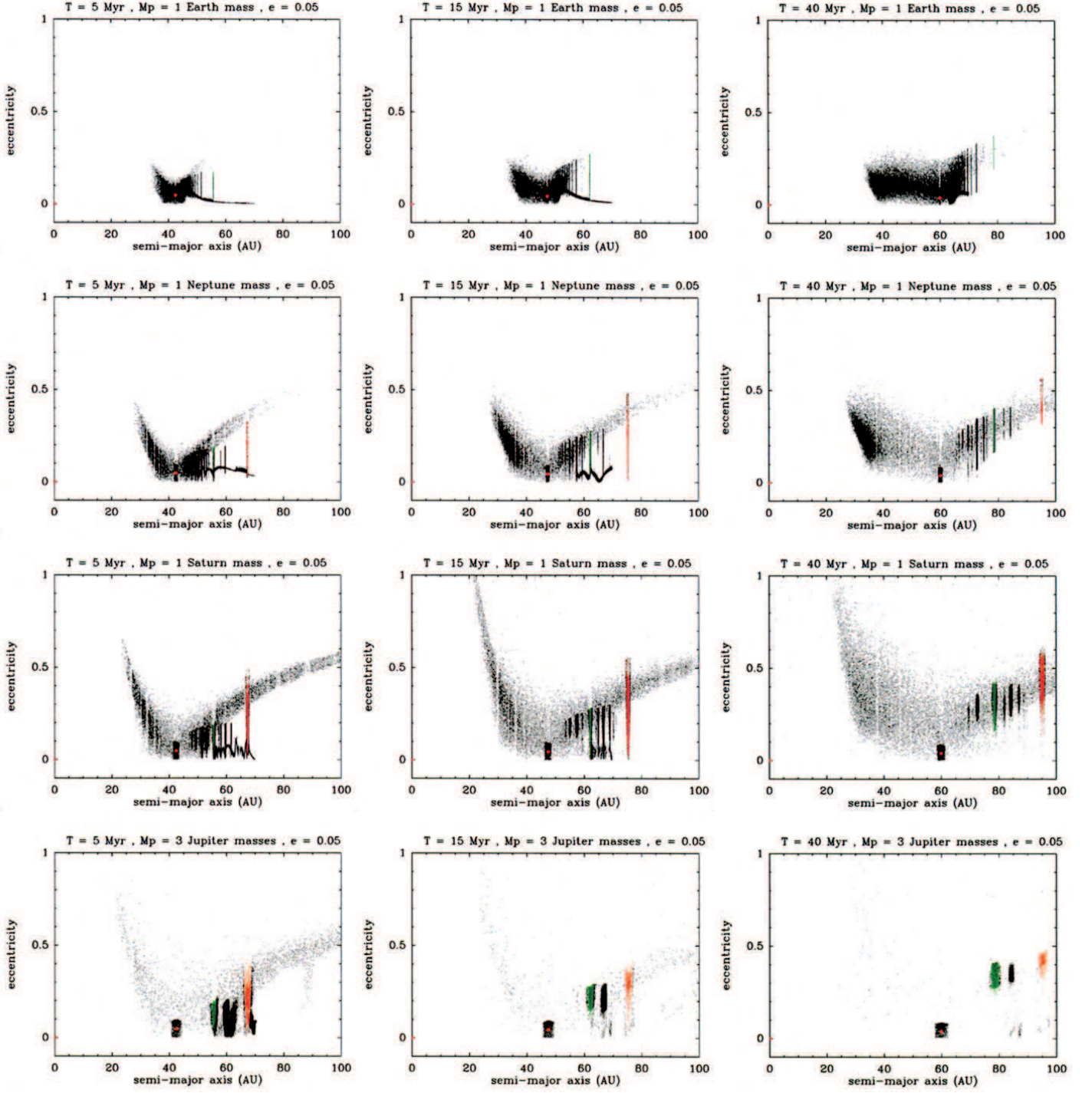
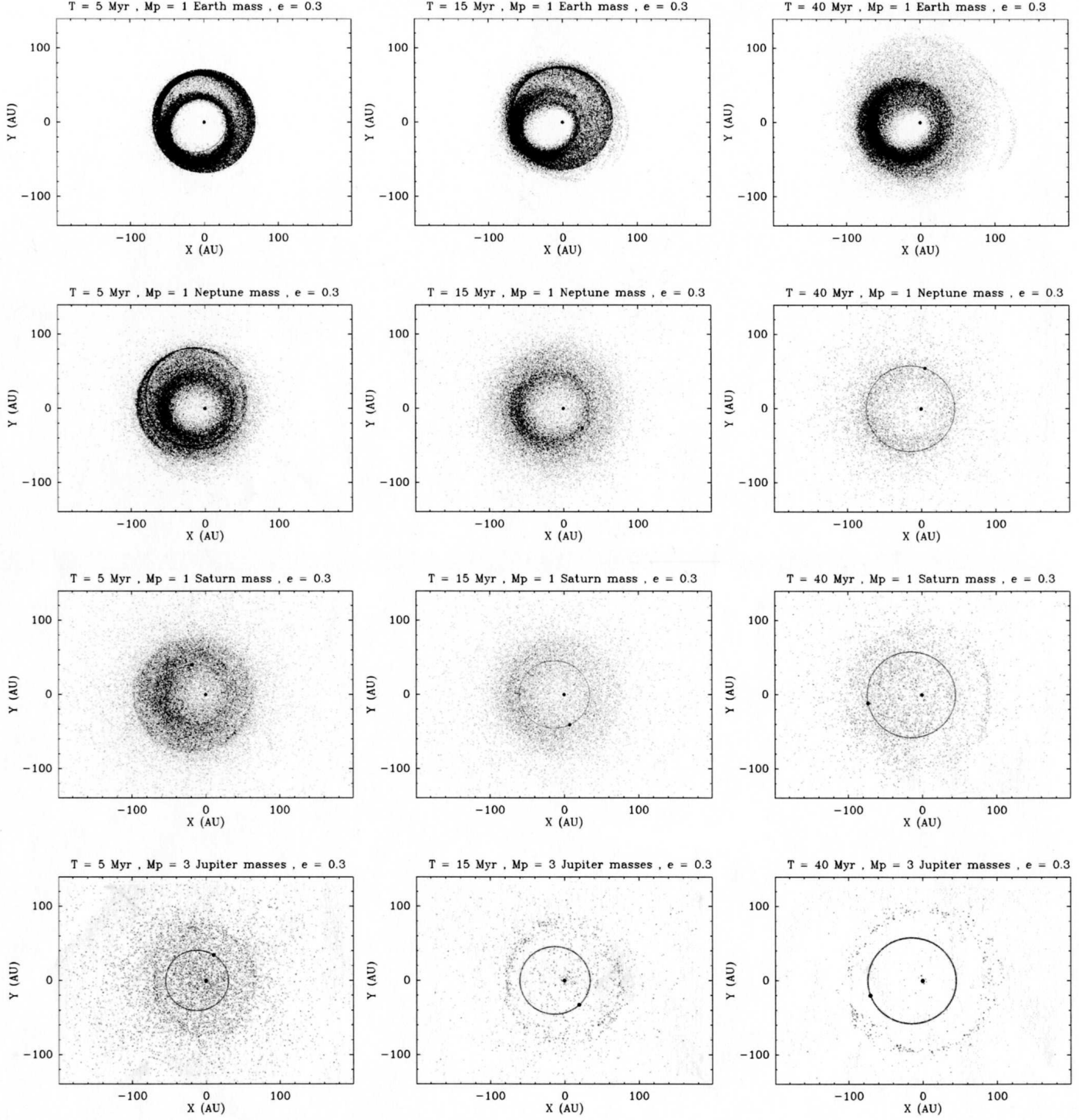
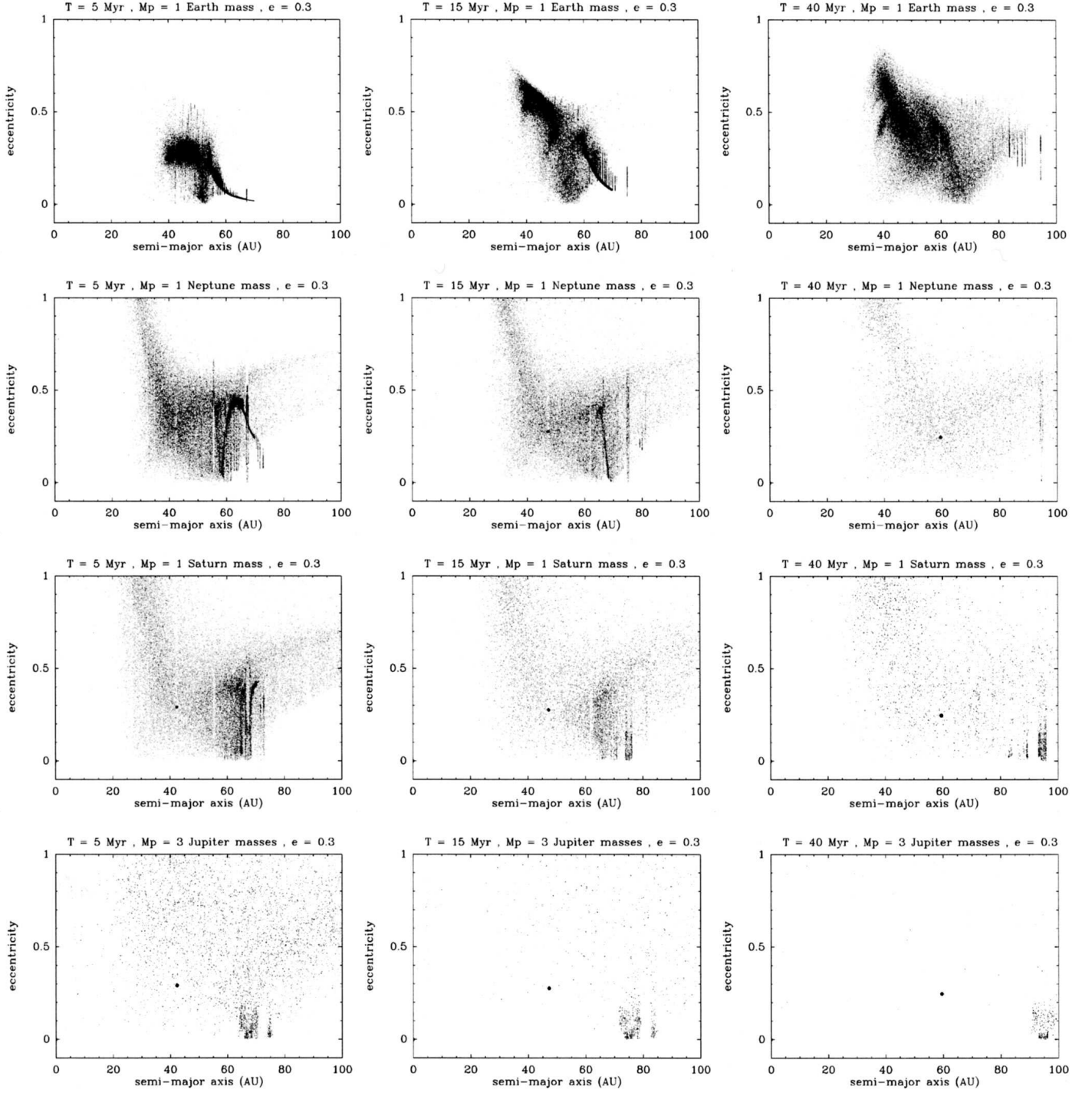


Fig. 5. Same as Fig. 3, for similar planets, but on a low-eccentricity orbit ( $e_p = 0.05$ ).





**Fig. 6.** Same as Fig. 2, for similar planets, but on a moderate eccentricity orbit ( $e_p = 0.3$ ).



**Fig. 7.** Same as Fig. 3, for similar planets, but on a moderate eccentricity orbit ( $e_p = 0.3$ ).

**Table 2.** Summary of results for all simulations done in the present study with an initially unexcited disk (initial planetesimal eccentricities are equal to zero) and a standard migration rate of  $0.5 \text{ AU Myr}^{-1}$ . For each simulation, we list the migration rate, the planet mass and eccentricity, the fraction of surviving planetesimals at the end of the simulation (40 Myr) and the resulting disk shape, following the convention of Fig. 10.

Mig. rate <sup>a</sup>	Mass <sup>b</sup>	Ecc.	Surv. planetesimals <sup>c</sup>	Disk shape <sup>d</sup>	Mig. rate <sup>a</sup>	Mass <sup>b</sup>	Ecc.	Surv. planetesimals <sup>c</sup>	Disk shape <sup>d</sup>
0.5	0.0035	0.0	100%	None	0.5	0.05	0.0	100%	I
		0.01	100%	None			0.01	100%	I
		0.05	100%	None			0.05	100%	II
		0.1	100%	None			0.1	100%	None
		0.2	100%	None			0.2	50%	None
		0.3	100%	None			0.3	10%	None
		0.4	35%	III			0.4	5%	None
		0.5	10%	III			0.5	10%	None
		0.6	5%	III			0.6	5%	None
		0.7	5%	III			0.7	5%	None
0.5	0.33	0.0	75%	I	0.5	1	0.0	70%	I
		0.01	70%	I			0.01	70%	I
		0.05	85%	II			0.05	55%	II
		0.1	75%	None			0.1	25%	II
		0.2	25%	None			0.2	10%	None
		0.3	10%	None			0.3	10%	None
		0.4	10%	None			0.4	10%	None
		0.5	10%	None			0.5	5%	None
		0.6	5%	None			0.6	5%	None
		0.7	5%	None			0.7	0%	None
0.5	2	0.0	65%	I	0.5	3	0.0	55%	I
		0.01	60%	I			0.01	50%	I
		0.05	30%	I			0.05	20%	I
		0.1	15%	II			0.1	10%	I
		0.2	5%	None			0.2	0%	None
		0.3	5%	None			0.3	0%	None
		0.4	5%	None			0.4	0%	None
		0.5	5%	None			0.5	0%	None
		0.6	0%	None			0.6	0%	None
		0.7	0%	None			0.7	0%	None

<sup>a</sup> In  $\text{AU Myr}^{-1}$ .<sup>b</sup> In Jovian mass.<sup>c</sup> Fraction of surviving planetesimals at the end of the simulation, i.e. 40 Myr.<sup>d</sup> As in Fig. 10.



**Table 3.** Same as Table 2, but for different migration rates.

Mig. rate <sup>a</sup>	Mass <sup>b</sup>	Ecc.	Surv. planetesimals <sup>c</sup>	Disk shape <sup>d</sup>	Mig. rate <sup>a</sup>	Mass <sup>b</sup>	Ecc.	Surv. planetesimals <sup>c</sup>	Disk shape <sup>d</sup>
5	0.035	0.0	100%	None	5	0.05	0.0	100%	I
		0.01	100%	None			0.01	100%	II
		0.05	100%	None			0.05	100%	II
		0.1	100%	None			0.1	100%	None
		0.2	100%	None			0.2	100%	None
5	0.33	0.0	100%	I	5	1	0.0	100%	I
		0.01	100%	I			0.01	100%	I
		0.05	100%	II			0.05	100%	II
		0.1	100%	II			0.1	95%	II
		0.2	95%	None			0.2	75%	None
5	2	0.0	85%	I	5	3	0.0	75%	I
		0.01	85%	I			0.01	75%	I
		0.05	80%	I			0.05	60%	I
		0.1	65%	II			0.1	40%	I
		0.2	50%	None			0.2	25%	None
0.05	0.035	0.0	100%	II	0.05	0.05	0.0	90%	I
		0.01	100%	II			0.01	85%	I
		0.05	100%	None			0.05	85%	II
		0.1	100%	None			0.1	75%	II
		0.2	80%	None			0.2	10%	None
0.05	0.33	0.0	75%	I	0.05	1	0.0	70%	I
		0.01	75%	I			0.01	70%	I
		0.05	65%	II			0.05	40%	II
		0.1	40%	II			0.1	20%	II
		0.2	5%	None			0.2	5%	None
0.05	2	0.0	60%	I	0.05	3	0.0	55%	I
		0.01	60%	I			0.01	55%	I
		0.05	25%	I			0.05	15%	I
		0.1	15%	II			0.1	10%	None
		0.2	0%	None			0.2	0%	None

<sup>a</sup> In AU Myr<sup>-1</sup>.<sup>b</sup> In Jovian mass.<sup>c</sup> Fraction of surviving planetesimals at the end of the simulation, i.e. 4 Myr for 5 AU Myr<sup>-1</sup> migration rate and 200 Myr for 0.05 AU Myr<sup>-1</sup>.<sup>d</sup> As in Fig. 10.**Table 4.** Same as Table 2 but for simulations with initially excited disks. The maximum initial eccentricity of the planetesimals is mentioned for all simulations. The migration rate is 0.5 AU Myr<sup>-1</sup> for all simulations.

Max. ecc. <sup>a</sup>	Mass <sup>b</sup>	Ecc.	Surv. planetesimals <sup>c</sup>	Disk shape <sup>d</sup>	Max. ecc. <sup>a</sup>	Mass <sup>b</sup>	Ecc.	Surv. planetesimals <sup>c</sup>	Disk shape <sup>d</sup>
0.1	0.035	0.0	100%	None	0.1	0.05	0.0	100%	II
		0.01	100%	None			0.01	100%	None
		0.05	100%	None			0.05	100%	None
		0.1	100%	None			0.1	100%	None
		0.2	100%	None			0.2	55%	None
0.1	0.33	0.0	70%	II	0.1	1	0.0	60%	I
		0.01	70%	II			0.01	55%	II
		0.05	85%	II			0.05	50%	II
		0.1	70%	None			0.1	25%	II
		0.2	20%	None			0.2	5%	None
0.1	2	0.0	50%	I	0.1	3	0.0	40%	I
		0.01	45%	I			0.01	40%	I
		0.05	25%	I			0.05	15%	I
		0.1	15%	II			0.1	10%	I
		0.2	5%	None			0.2	0%	None
0.2	2	0.0	35%	I	0.2	3	0.0	30%	I
		0.01	35%	I			0.01	25%	I
		0.05	20%	I			0.05	10%	I
		0.1	10%	I			0.1	5%	I
		0.2	5%	None			0.2	0%	None

<sup>a</sup> For planetesimals.<sup>b</sup> In Jovian mass.<sup>c</sup> Fraction of surviving planetesimals at the end of the simulation, i.e. 40 Myr.<sup>d</sup> As in Fig. 10.

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

Avant de commencer les simulations numériques, il faut étudier et implémenter le phénomène de migration planétaire dans le code numérique. Une planète commence à migrer à cause d'une perturbation soudaine due à d'autres planètes plus internes : comme il s'agit d'interactions gravitationnelles entre plusieurs corps massifs, cette phase est déjà parfaitement modélisée dans les codes numériques que nous utilisons. Mais, une fois que la migration a débuté, ce sont les interactions gravitationnelles entre cette planète et les planétésimaux du disque de débris qui jouent le rôle de moteur entretenant la migration. Il faut donc veiller à bien modéliser ces interactions.

A cause de leur très grande différence de masses, un planétésimal n'a aucune influence dynamique significative sur une planète sauf lors de leurs rencontres proches, parce que l'orbite du planétésimal est alors brutalement et fortement modifiée. La rétroaction sur la planète est alors suffisante pour la perturber faiblement. Les modèles théoriques (Gomes et al. [2004]) montrent, qu'en moyenne, les planétésimaux qui causent une migration de la planète vers l'extérieur sont ceux qui possèdent une composante  $z$  du moment cinétique  $H = \sqrt{a(1-e^2)} \cos i$  supérieure à celle de la planète  $H_p$  ( $a$ ,  $e$  et  $i$  sont le demi-grand axe, l'excentricité et l'inclinaison de l'orbite du planétésimal considéré). À l'inverse, les planétésimaux avec  $H < H_p$  forcent une planète à migrer vers l'intérieur du système. La direction de la migration dépend donc des populations relatives de planétésimaux croisant l'orbite de la planète avec  $H < H_p$  et  $H > H_p$ . Les interactions entre la planète et le disque deviennent ainsi complexes : la planète perturbe le disque et modifie les populations de planétésimaux avec  $H < H_p$  et  $H > H_p$ , le disque impose donc une nouvelle contrainte sur la vitesse de migration et modifie la trajectoire de la planète, entraînant de nouvelles perturbations de la planète sur le disque et une nouvelle distribution de planétésimaux avec  $H < H_p$  et  $H > H_p$  et une nouvelle vitesse de migration ... Cette boucle d'action et de rétroaction peut alors conduire à des résultats très divers : la migration peut s'arrêter, voir s'inverser ou la vitesse de migration peut augmenter exponentiellement ...

Même s'il est possible de produire des modèles analytiques simplistes de la vitesse de migration, ils ne peuvent être utilisés pour décrire efficacement ce processus de migration. Il ne reste donc que deux possibilités : fixer de manière arbitraire la vitesse de migration dans les simulations numériques ou bien calculer dans ces simulations l'évolution la migration planétaire. Le premier choix est évidemment le plus simple et fut utilisé par Mark Wyatt dans son étude ainsi que dans nos premières simulations. Il est toutefois loin d'être idéal car les résultats des simulations ne sont alors pas forcément cohérents. De plus, la vitesse de migration est un paramètre essentiel de la migration car il modifie les probabilités de capture dans les résonances et donc la forme des structures observées. Avoir une modélisation correcte de la migration permet également de pouvoir prédire la

durée de ce phénomène et à quelle distance de l'étoile s'arrête la planète. Pour toutes ces raisons, il apparaît finalement important de calculer et modifier la vitesse de migration au cours des simulations numériques.

Prendre en compte un tel phénomène n'est toutefois pas aisé compte tenu des limitations techniques actuelles. Le code numérique à notre disposition, SYMBA, permet de calculer précisément les rétroactions des planétésimaux sur la planète mais la lourdeur des calculs limite le nombre des particules numériques dans la disque à quelques milliers pour achever une simulation en quelques jours. Malheureusement, avec ce nombre de particules, chacune porte une masse réelle importante et chaque rencontre proche modifie bien plus l'orbite de la planète que ne le ferait un seul planétésimal. La vitesse de migration ainsi calculée est ainsi marquée par un fort bruit stochastique qui peut conduire à des résultats contradictoires. Pour des conditions initiales similaires (même distribution surfacique des planétésimaux), on peut obtenir des solutions divergentes. Cela impose donc de faire plusieurs simulations, pour chaque combinaison des paramètres numériques, afin de déterminer le résultat moyen. Mais cette méthode n'est pas satisfaisante pour notre étude où le but est d'explorer un large espace des paramètres : il faut des simulations capable de tourner en un temps raisonnable.

Cela m'a donc motivé pour chercher une méthode alternative, moins précise mais plus rapide. Tout d'abord, il s'agit de se baser sur le code SWIFT\_RMVS3 et non plus SYMBA. RMVS3 modélise de manière satisfaisante les rencontres proches pour les planétésimaux mais en ignore les conséquences sur l'orbite de la planète. Ce code est ainsi plus rapide mais il reste alors à implémenter la rétroaction du disque sur la planète. Pour cela, la méthode envisagée est de calculer à chaque instant l'énergie totale et le moment cinétique total du disque puis de modifier l'orbite de la planète afin que les variations de son énergie et de son moment cinétique compensent celles du disque, puisque que l'on suppose que ce système est conservatif. Cette méthode n'est donc pas rigoureusement exacte et elle ne peut s'appliquer que lorsqu'il n'y a qu'une seule planète dans le disque, mais elle offre une solution satisfaisante pour notre exploration de l'espace des paramètres.

J'ai commencé à travailler sur ce sujet au milieu de ma thèse mais j'ai buté sur plusieurs problèmes techniques dans l'implémentation numérique de cette méthode. J'ai alors préféré continué mes recherches sur d'autres sujets (notamment sur HD 141569) mais, en fin de thèse, j'ai pu reprendre ce travail pour essayer de le terminer. Bien que l'expérience que j'avais acquise entre temps m'a permis de comprendre et de résoudre les problèmes initiaux, j'ai rencontré par la suite de nouveaux obstacles. A l'heure actuelle, cette méthode de simulation des migrations planétaires n'est donc toujours pas fonctionnelle. J'expose néanmoins dans ce chapitre les bases théoriques de ce travail, ses réussites et ses échecs.

## 7.1 Éléments orbitaux, énergie et moment cinétique

### 7.1.1 Approche analytique

Pour commencer, il faut déterminer comment varient les éléments orbitaux de la planète en fonction des variations d'énergie et de moment cinétique. On utilise pour cela le formalisme du problème képlérien, avec un objet de masse  $m_1$  orbitant autour d'un deuxième objet de masse  $m_2$  situé à foyer de l'ellipse. Les calculs classiques permettent d'établir que seul le demi-grand axe  $a$  et l'excentricité  $e$  sont sensibles aux variations de l'énergie orbitale  $E$  et du moment cinétique orbitale  $H$  (ces deux quantités étant exprimées par unité de masse) :

$$\frac{da}{dt} = (2a^2\mu^{-1}) \dot{E} \quad (7.1)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{e^2 - 1}{2e} \left( 2\frac{\dot{H}}{H} + \frac{\dot{E}}{E} \right) \quad (7.2)$$

où  $\mu = G(m_1 + m_2)$ , avec  $G$  la constante de gravitation. Il s'agit ensuite de déterminer l'expression analytique d'une force à appliquer sur la planète pour qu'elle impose les bonnes variations de  $a$  et  $e$ . On décompose cette force  $\vec{F}$  suivant ces composantes dans le repère propre de l'orbite :

$$\vec{F} = \vec{R} + \vec{T} + \vec{N} = R\vec{e}_R + T\vec{e}_T + N\vec{e}_N$$

où  $(\vec{e}_R, \vec{e}_T, \vec{e}_N)$  forment une base orthogonal;  $\vec{R}$  est dirigée suivant  $\vec{r}$ , le vecteur position de  $m_2$  à  $m_1$ ,  $\vec{T}$  est transverse au vecteur position dans le plan orbital, comptée positivement dans la direction du mouvement) et  $\vec{N}$  est normale au plan orbital, dans la direction  $\vec{R} \wedge \vec{T}$ . En utilisant les formules usuelles du travail d'une force et du moment cinétique :

$$\dot{E} = \dot{\mathbf{r}} \cdot \vec{F} \quad (7.3)$$

$$\dot{H} = \dot{\mathbf{r}} \wedge \vec{F} \quad (7.4)$$

On peut déduire des équations 7.1 et 7.2, les relations suivantes :

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^{3/2}}{\sqrt{\mu(1-e^2)}} [Re \sin \nu + T(1 + e \sin \nu)] \quad (7.5)$$

$$\frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{a(1-e^2)}{\mu}} [R \sin \nu + T(\cos \nu + e \cos \varepsilon)] \quad (7.6)$$

où  $\nu$  est l'anomalie vraie de l'orbite de  $m_1$  et  $\varepsilon = (e + \cos \nu) / (1 + e \cos \nu)$  l'anomalie excentrique. La composante  $N$  n'apparaît pas dans ces équations, montrant que seules les forces dans le plan de l'orbite peuvent modifier  $a$  et  $e$ . Cette composante ne sert donc

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

qu'à faire varier le plan orbital et pour notre problème, on peut considérer le plan orbital comme invariant, d'où une composante  $N$  nulle. De ces équations, il semble également possible de déterminer les composantes  $R$  et  $T$  de la force à appliquer pour obtenir les bonnes variations de  $a$  et  $e$ . Malheureusement, avec ces formules, la composante  $T$  diverge pour une valeur de  $\nu$  proche de  $\Pi/2$  : on ne peut donc pas l'appliquer pour des calculs numériques. Comme décomposer la force dans un référentiel tournant pose problème, nous l'étudions cette fois-ci dans le repère fixe défini par  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  où  $\vec{e}_x$  pointe en direction du périastre,  $\vec{e}_z$  est normal au plan du disque et  $\vec{e}_y = \vec{e}_z \wedge \vec{e}_x$ . Comme pour la composante  $N$  dans le repère tournant, nous considérons le cas  $F_z = 0$ . Des équations 7.3 et 7.4, nous obtenons :

$$\dot{E} = \frac{\sin \varepsilon}{-1 + e \cos \varepsilon} \sqrt{\frac{\mu}{a}} F_x - \frac{\sqrt{1 - e^2} \cos \varepsilon}{-1 + e \cos \varepsilon} \sqrt{\frac{\mu}{a}} F_y \quad (7.7)$$

$$\dot{H} = -a\sqrt{1 - e^2} \sin \varepsilon F_x + a(\cos \varepsilon - e) F_y \quad (7.8)$$

Pour trouver une expression simple des composantes  $F_x$  et  $F_y$ , nous les décomposons en série de Fourier :

$$F_x = \sum a_n \cos n\varepsilon + b_n \sin n\varepsilon \quad (7.9)$$

$$F_y = \sum c_n \cos n\varepsilon + d_n \sin n\varepsilon \quad (7.10)$$

Les coefficients  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  et  $d_n$  sont alors calculés de façon à ce que l'action moyenne de  $\vec{F}$  sur toute une orbite produise les variations attendues de  $a$  et  $e$ . Lorsque l'on intègre les équations 7.7 et 7.8 sur toute une période orbitale, on remarque que seules les parties antisymétriques de  $F_x$  et les parties symétriques de  $F_y$  en  $\varepsilon$  sont non nulles. De plus, comme le but est ici de réaliser une intégration numérique de cette force, nous pouvons tronquer les décompositions de  $F_x$  et  $F_y$  dès que nous obtenons une précision satisfaisante. L'analyse numérique réalisée avec Maple à également montré qu'il fallait que la force  $F_y$  devait s'annuler au périastre et à l'apoastre pour obtenir des résultats stables. En tenant compte de tous ces facteurs, on obtient finalement les expressions suivantes :

$$F_x = -2\dot{E} \sqrt{\frac{a}{\mu}} \sin \varepsilon \quad (7.11)$$

$$F_y = -\frac{8}{7} \left[ \frac{\dot{H}}{a} - \sqrt{\frac{a}{\mu} (1 - e^2)} \dot{E} \right] \frac{1}{e} \cos^2 \varepsilon \quad (7.12)$$

L'expression de  $F_y$  n'est malheureusement pas encore satisfaisante parce qu'elle diverge quand l'excentricité de l'orbite tend vers 0. Cependant, l'étude de 7.7 et 7.8 quand  $e$  tend vers 0 montre que  $F_y$  doit tendre vers 0. Pour pouvoir quand même utiliser cette formule dans notre code numérique, on approxime le facteur  $1/e$  par  $e^7 / (e^8 + \tau_e^8)$ , qui reste borné et tend vers 0 quand l'excentricité tend vers 0.  $\tau_e$  est une valeur de coupure que l'on fixe à 0.01. On a ainsi au final pour  $F_y$  :

$$F_y = -\frac{8}{7} \left[ \frac{\dot{H}}{a} - \sqrt{\frac{a}{\mu} (1 - e^2)} \dot{E} \right] \frac{e^7}{e^8 + \tau_e^8} \cos^2 \varepsilon \quad (7.13)$$

Cependant, avec ce jeu d'équation et dans le cas où  $\dot{E} = 0$ , on a alors pour une excentricité nulle :

$$F_x = 0 \quad (7.14)$$

$$F_y = 0 \quad (7.15)$$

Autrement dit, l'excentricité n'est plus modifiée quelque soit la valeur de  $\dot{H}$ . Cependant, comme nous nous intéressons à des cas pratiques où la condition  $\dot{E} = 0$  ne devrait pas se rencontrer, cette limitation se semble pas trop importante.

### 7.1.2 Implémentation numérique

La finalité de notre travail est d'implémenter de manière satisfaisante les perturbations gravitationnelles des planétésimaux sur une planète. Dans la section précédente, nous avons établi l'expression d'une force modifiant de manière correcte le demi-grand axe et l'excentricité de la planète pour des variations d'énergie et de moment cinétique données. Avant de réaliser des simulations réalistes avec un disque entier de planétésimaux, il faut tout d'abord vérifier nos calculs et s'assurer que nous obtenons les résultats voulus pour un  $\dot{E}$  et un  $\dot{H}$  quelconque.

Pour cela, nous avons donc réalisé des simulations numériques avec notre nouveau code comportant seulement une étoile et une planète et en comparant l'évolution de l'orbite par rapport au comportement théorique attendu. Plus précisément, il s'agit de vérifier que, connaissant  $\dot{E}$  et  $\dot{H}$ , les forces  $F_x$  et  $F_y$  introduites dans le code numérique produisent sur la planète une variation de  $a$  et  $e$  qui vérifient les équations 7.1 et 7.2. Dans les simulations, nous utilisons un système d'unité où  $G = 1$  et où le temps est exprimé en année et les distance en UA. Avec ce système d'unité, la masse du Soleil est égale à  $4\pi^2$ . Les paramètres de la simulations sont  $\mu = 1$ ,  $a = 1$  et  $m_p = 10^{-3}$ . L'excentricité de la planète est initialement de 0.1. Nous avons testé plusieurs scénarios alors des valeurs diverses de  $\dot{E}$  et  $\dot{H}$  (Fig. 7.1) exprimées dans ce système d'unité :

- (A)  $\dot{E} = 2.5 \times 10^{-7}$  et  $\dot{H} = 0$
- (B)  $\dot{E} = 0$  et  $\dot{H} = 5 \times 10^{-9}$
- (C)  $\dot{E} = 0$  et  $\dot{H} = -5 \times 10^{-7}$
- (D)  $\dot{E} = 1.25 \times 10^{-7}$  et  $\dot{H} = 5 \times 10^{-8}$

Les résultats données par les simulations sont en excellent accord avec l'intégration des équations 7.1 et 7.2 et montre ainsi que cette nouvelle force impose les variations attendues à la planète. Concernant la limitation à excentricité nulle, la deuxième simulation semble vérifier qu'elle n'a pas d'incidence réelle puisque l'excentricité tend vers 0 en suivant la courbe théorique. Cependant afin d'étudier plus en détail ce point particulier, nous avons fait un deuxième jeu de simulation avec les mêmes paramètres, mise à part un excentricité de la planète cette fois-ci inférieur à  $\tau_e$ , ici 0.005 (Fig. 7.2) :

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

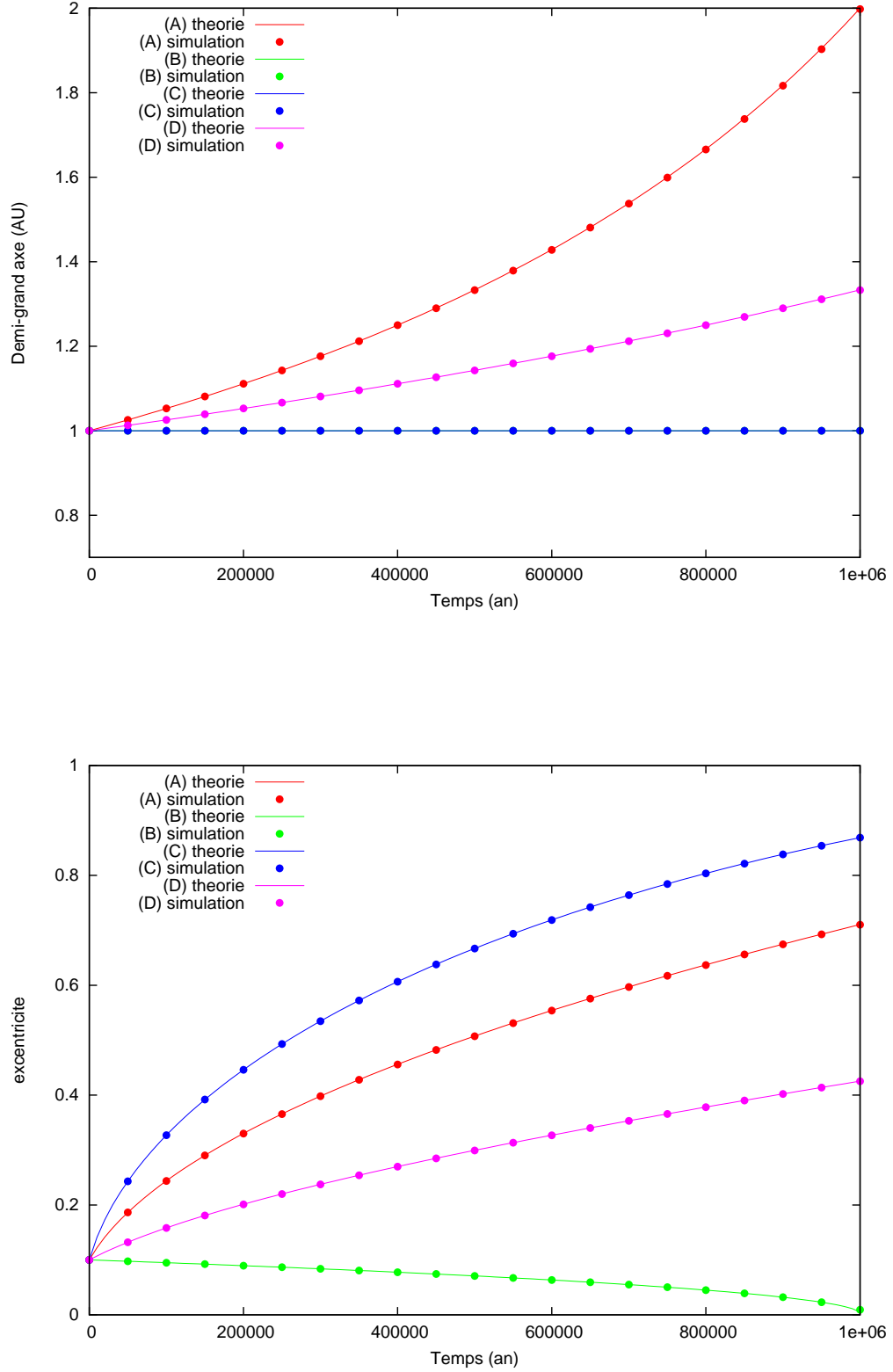


FIG. 7.1: Évolution du demi-grand axe et de l'excentricité d'une planète en fonction de différentes valeurs pour  $\dot{E}$  et  $\dot{H}$  (voir texte les valeurs). Les courbes "théoriques" correspondent à l'intégration des équations 7.1 et 7.2 tandis que les points "simulations" sont les valeurs données par l'application des forces  $F_x$  et  $F_y$  décrites dans la section 7.1.1. L'excentricité initiale de la planète est 0.1.

- (A)  $\dot{E} = 2.5 \times 10^{-7}$  et  $\dot{H} = 0$
- (B)  $\dot{E} = 0$  et  $\dot{H} = -5 \times 10^{-7}$
- (C)  $\dot{E} = 1.25 \times 10^{-7}$  et  $\dot{H} = 5 \times 10^{-8}$

Les résultats sont encore en très bon accord avec la théorie, même si l'on peut observer une petite différence pour  $H$  lorsque l'excentricité est petite. Nous avons donc réalisé d'autres simulations en laissant évoluer le système tout en gardant une très faible excentricité (Fig. 7.3). Nous avons fixé  $\dot{E} = 0$  et  $\dot{H} = 1.25 \times 10^{-11}$  pour que l'excentricité devienne, théoriquement, nulle au bout d'un million d'années, en partant de  $e = 0.005$ . Avec ces paramètres, cette simulation montre les limites de notre méthode puisqu'ici le comportement de la planète s'écarte significativement de la théorie. Le facteur  $e^7 / (e^8 + \tau_e^8)$  agit bien comme une coupure sur  $F_y$  et  $\tau_e$  est donc la valeur minimale à partir de laquelle notre méthode est valable. Cependant, cela nous semble une limitation assez faible puis qu'il suffit de baisser  $\tau_e$  pour obtenir à nous des résultats corrects. En reprenant les mêmes paramètres que la dernière simulation, mais avec cette fois-ci  $\tau_e = 0.001$ , le résultat est de nouveau en accord avec la théorie, jusqu'à cette valeur limite.

## 7.2 Rétroaction du disque

Nous disposons désormais d'une méthode numérique fiable pour faire varier de manière voulue le demi-grand axe et l'excentricité de la planète. Il s'agit d'un premier résultat satisfaisant, mais si l'on souhaite l'utiliser afin d'obtenir des simulations plus réalistes il faut coupler les variations des éléments orbitaux de la planète avec ceux des planétésimaux du disque. En effet, le système étant isolé, l'énergie totale et le moment cinétique total doivent être conservés. Il faut maintenant s'assurer que ce couplage produise les bons effets sur la dynamique de la planète. Pour cela, nous allons évaluer notre code numérique en comparant les résultats que l'on obtient en ce plaçant dans le même cadre que celui utilisé dans le travail de Gomes et al. [2004] sur la migration de Neptune (Fig. 7.4). Pour cette étude, les auteurs ont utilisés l'intégrateur SyMBA qui modélise de manière précise les rencontres proches entre la planète et les planétésimaux. Notre code sera donc validé s'il reproduit le même comportement dynamique de la planète. Et son avantage serait qu'il est capable de le faire dans un temps de simulation plus court.

### 7.2.1 Moyenner les interactions

Mais il faut avant tout implémenter correctement le couplage entre la planète et le disque. Or, si la mesure des variations de l'énergie et du moment cinétique du disque est facile, nous rencontrons en revanche un autre obstacle plus sérieux. Dans la section précédente, nous avons en effet considéré que la force subie par la planète était constante sur toute son orbite mais cela n'est pas du tout le cas si l'on cherche à compenser à chaque pas de temps de la simulation les variations d'énergie et de moment cinétique du disque. Si la force que l'on impose sur la planète varie plus rapidement que sa période orbitale, on obtient une modification de ses éléments orbitaux qui n'est pas du tout correcte, tout simplement parce que les variations de son énergie et de son moment cinétique ne



## 7 Migration fixe ou dynamique ?

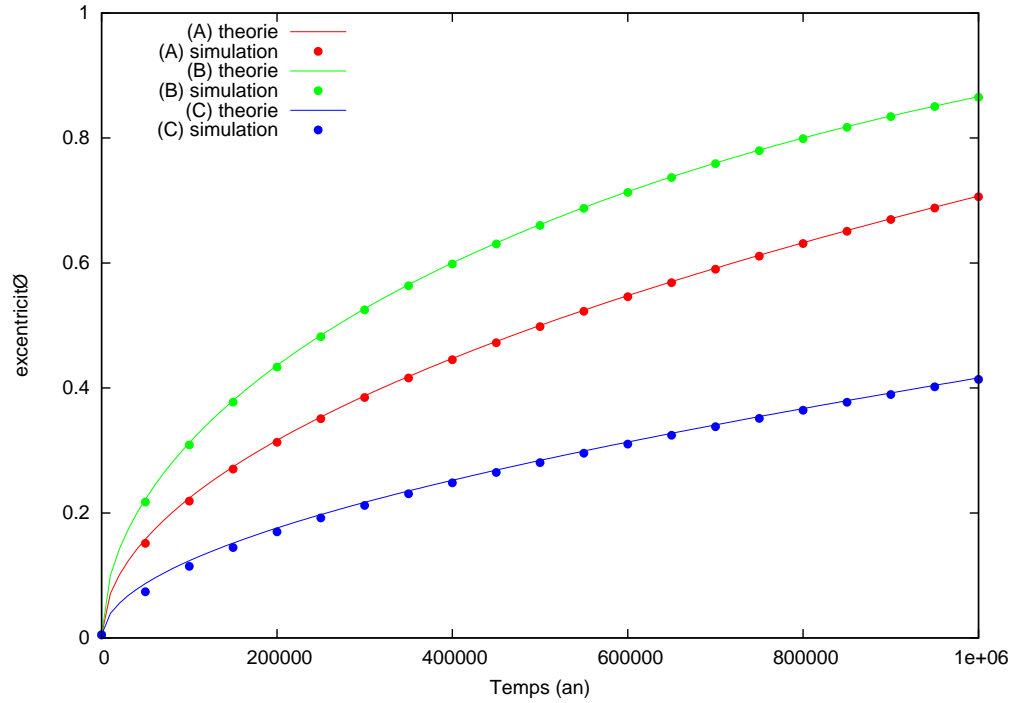
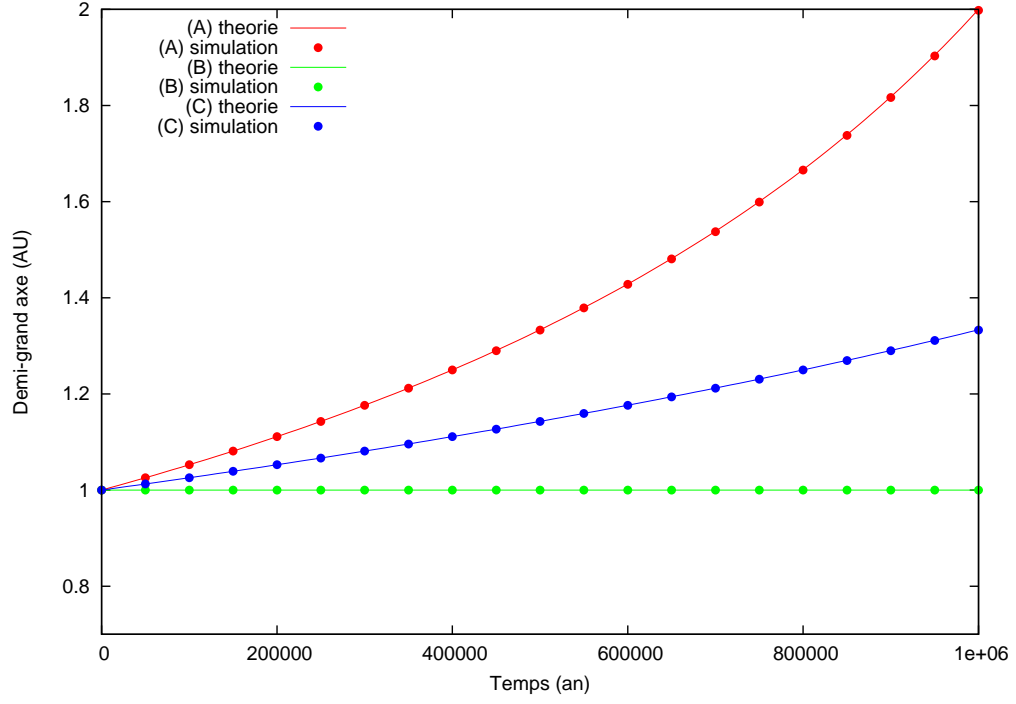


FIG. 7.2: Évolution du demi-grand axe et de l'excentricité d'une planète en fonction de différentes valeurs pour  $\dot{E}$  et  $\dot{H}$  (voir texte les valeurs). Les courbes "théoriques" correspondent à l'intégration des équations 7.1 et 7.2 tandis que les points "simulations" sont les valeurs données par l'application des forces  $F_x$  et  $F_y$  décrites dans la section 7.1.1. L'excentricité initiale de la planète est 0.05.

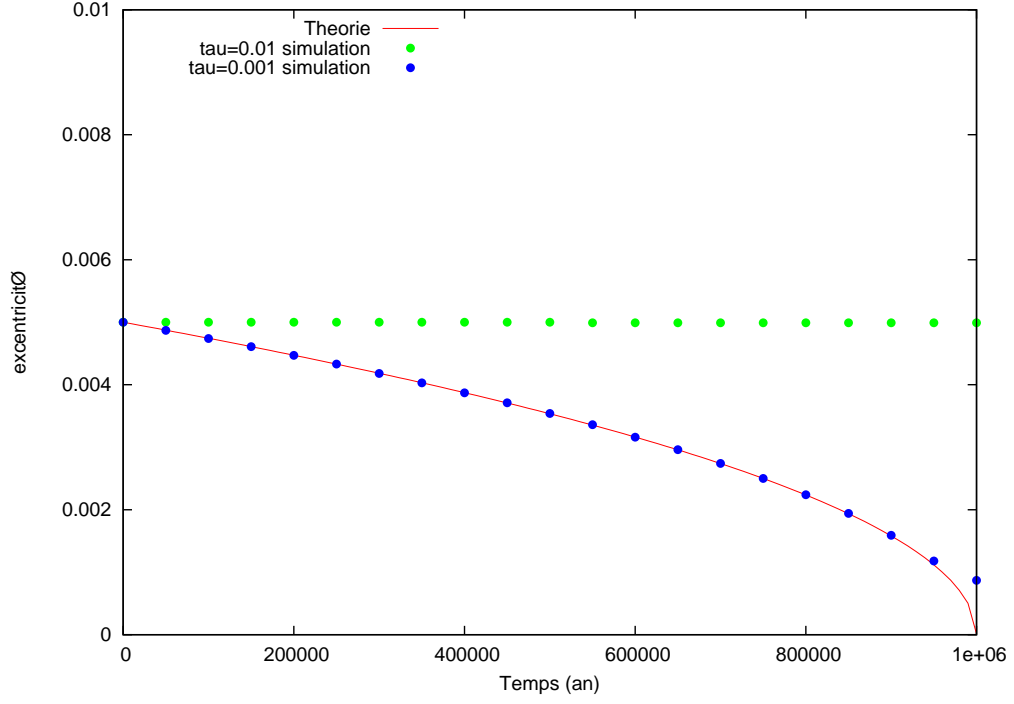


FIG. 7.3: Évolution de l'excentricité d'une planète en fonction de la valeur du facteur de coupure  $\tau_e$ . La courbe théorique correspond à l'intégration des équations 7.1 et 7.2 tandis que les points "simulations" sont les valeurs données par l'application des forces  $F_x$  et  $F_y$  décrites dans la section 7.1.1. Ici,  $\dot{E} = 0$  et  $\dot{H} = 1.25 \times 10^{-11}$

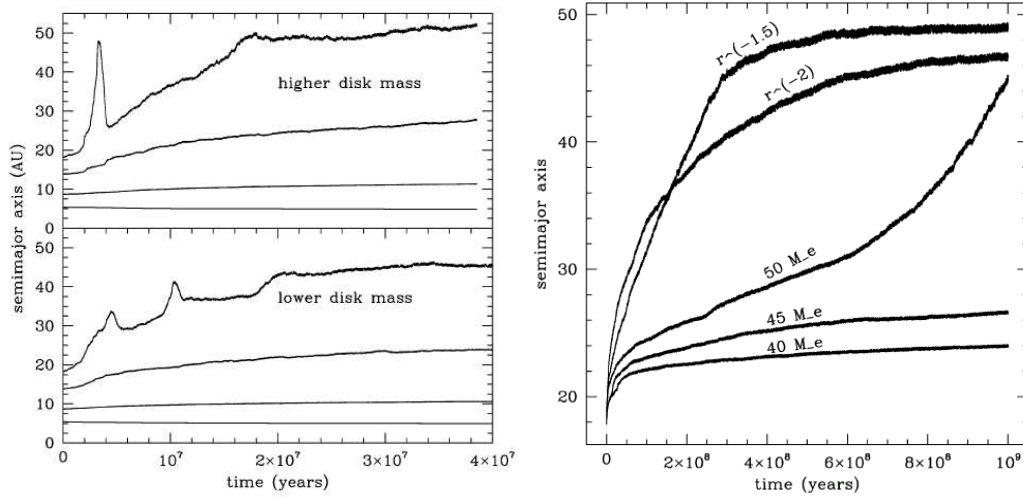


FIG. 7.4: Figure 2 (gauche) et Figure 6 (droite) de Gomes et al. [2004]. A gauche, évolution du demi-grand axe des quatre planètes gazeuses du Système Solaire provoquée par un disque de planétésimaux de 200 masses terrestres (haut) entre 20 et 50 UA ou de 120 masses terrestres entre 20 et 45 UA (bas). A droite, évolution du demi-grand axe de Neptune provoqué par un disque de planétésimaux de 40, 45 et 50 masses terrestres entre 18 et 50 UA, avec une densité de surface en  $r^{-1}$ , ou un disque de 50 masses terrestres avec une densité de surface proportionnelle à  $r^{-1.5}$  et  $r^{-2}$ .

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

suivent plus celles du disque : le couplage est mal réalisé. Cela peut facilement se voir sur ces deux première simulations (Fig. 7.5) où l’on place la planète au bord du disque (interne ou externe). En accord avec Gomes et al. [2004], on s’attend à ce que la planète commence à migrer et à rentrer dans le disque puisque les planétésimaux sont situés soit à son extérieur, soit à son intérieur. Mais avec une force qui varie à chaque pas de temps, on obtient le résultat opposé, à savoir que la planète “rebondit” sur le disque. Ce comportement dynamique inattendu est dû à la mauvaise implémentation du couplage planète-disque.

Pour obtenir un couplage correct, il faut donc nécessairement une force qui reste constante au moins sur une période orbitale de la planète. Techniquement, il s’agit de calculer pendant un temps assez long (au moins une période orbitale)  $T$  la variation totale d’énergie  $\Delta E$  et de moment cinétique  $\Delta H_z$  pour appliquer sur la période  $T$  suivante une variation  $\Delta E/T$  et  $\Delta H_z/T$  à la planète à chaque pas de temps. Au final, cette procédure permet de s’assurer que les variations des éléments orbitaux de la planète compensent bien celle des planétésimaux du disque, au prix d’un léger retard temporel égal à la durée  $T$  sur laquelle on moyenne les variations du système. De nouvelles simulations (Fig. 7.6) ont ainsi été réalisés avec des valeurs de  $T$  différentes (de une demie période orbital à plus de 1000). Cette fois-ci, les résultats sont bien meilleurs qualitativement puisque la planète migre dans la bonne direction. Toutefois, la vitesse de migration varie suivant la valeur de  $T$ . Si  $T$  est plus petit que la période orbital de la planète, on revient au même problème que précédemment, à savoir que la planète ne suit pas correctement les variations du disque. Mais si  $T$  est trop grand, le déphasage ou le “temps de réaction” entre la planète et le disque devient trop important et conduit à une oscillation du demi-grand axe de la planète qui semble peu physique. Il existe donc un optimum pour la valeur de  $T$  correspondant à quelques périodes orbitales de la planète où les variations sont correctement reproduites tout en gardant un déphasage relativement petit. On peut ainsi considérer que prendre une durée  $T$  égale à 5 fois la période orbitale comme un bon compromis. Mais nous faisons face à un nouveau problème : la planète étant supposée migrer, sa période orbitale va varier. Doit on alors garder  $T$  constant au risque que cette durée devienne trop court ou trop longue si la période de la planète varie trop ? Doit on faire varier  $T$ , et de quelle manière ? Afin de garder notre méthode numérique aussi simple que possible,  $T$  est considéré comme constant dans un premier temps.

### 7.2.2 Valider le code

Maintenant que la rétroaction du disque sur la planète est correctement implémenté dans le code numérique, nous pouvons commencer à comparer nos résultats avec ceux de Gomes et al. [2004] Dans un premier temps, nous considérons l’exemple d’un disque très massif, dont le résultat sur la dynamique du disque est visible dans la figure 2 de ce papier. Nous avons testé différentes conditions initiales (au bord interne du disque, au bord externe du disque et au milieu du disque) pour la position de Neptune afin d’observer sa dynamique (Fig. 7.7). Les résultats sont qualitativement bons parce que la planète a un comportement cohérent avec ce qui est attendu. Quand elle est située sur un des bords du disque, elle commence, et poursuit, une migration dans le disque. Quand elle

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

est située au milieu du disque, elle migre d'abord vers l'intérieur puis fait demi-tour quand les planétésimaux présents à l'intérieur disparaissent du système à cause des rencontres proches avec les planètes plus internes<sup>1</sup>. Par contre, si l'on néglige l'influence de ces autres planètes et que tous les planétésimaux restent dans le système, alors la planète continue sa migration vers l'intérieur sans demi-retour. Ce mouvement de demi-tour est parfaitement en accord avec la théorie et est également observé dans les simulations de Gomes et al. [2004]. En revanche, nos résultats restent encore médiocres sur le plan quantitatif. Tout d'abord, nous n'observons pas cette migration forcée avec une planète allant en quelques millions d'années, très rapidement, du bord interne au bord externe pour revenir ensuite au bord interne. Nous obtenons plutôt des migrations plus lente à un rythme voisin de 1 UA par million d'années, en fait assez proche de la deuxième phase de migration observée par Gomes et al. [2004]. Autre divergence, dans nos simulations, la planète n'atteint pas le bord externe du disque et commence à faire demi-tour au milieu du disque. Autant la mauvaise modélisation de la migration forcée rapide n'est pas surprenante, autant le fait de ne pas produire la migration stable est problématique. En effet, en moyennant les variations d'énergie sur plusieurs périodes de l'orbite et en introduisant un temps de réaction entre les effets de la planète et la rétroaction du disque, il est compréhensible que les phénomènes exponentiels soient mal reproduits. En revanche, la deuxième partie de la migration, beaucoup plus lente, semblait être parfaitement modélisable par notre code.

Pour essayer de mieux comprendre nos résultats, nous avons tenter de reproduire une deuxième série de simulation correspond à des disques peu massifs, ne produisant pas de migration forcées très rapides mais plutôt des migrations lentes et régulières (figure 6 de Gomes et al. [2004]). Nous espérons donc que notre code pourra reproduire fidèlement ces résultats. Mais là encore, la dynamique de la planète (Fig. 7.8) obtenu avec notre code n'est pas du tout satisfaisante car le disque ne parvient même pas à faire migrer la planète.

Pour le moment, il apparaît donc que notre tentative d'obtenir un code numérique plus rapide des migrations planétaires n'est qu'un demi-succès. En effet, nous avons pu obtenir l'expression d'une force permettant de faire varier l'excentricité et le demi-grand axe d'une planète suivant la prescription voulue. Cette partie de notre travail peut donc éventuellement être utiliser dans d'autre circonstances que celle initialement prévue. En revanche, le couplage entre le disque et la planète s'est révélé plus difficile que prévu et reste insatisfaisant. A posteriori, cela illustre bien que les actions et rétroactions du disque de poussière et de la planète constituent un système chaotique où un petit écart à l'origine peut conduire à des résultats finaux très différents et qu'il est donc difficile de reproduire avec une approche statistique.

---

<sup>1</sup>Notre méthode numérique supposant qu'il n'y a qu'une seule planète de présente dans le disque, l'influence des autres planètes est prise en compte en éliminant tous les planétésimaux qui croisent l'orbite de la planète massives la plus externe, Uranus, située ici à 13.8 UA.

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

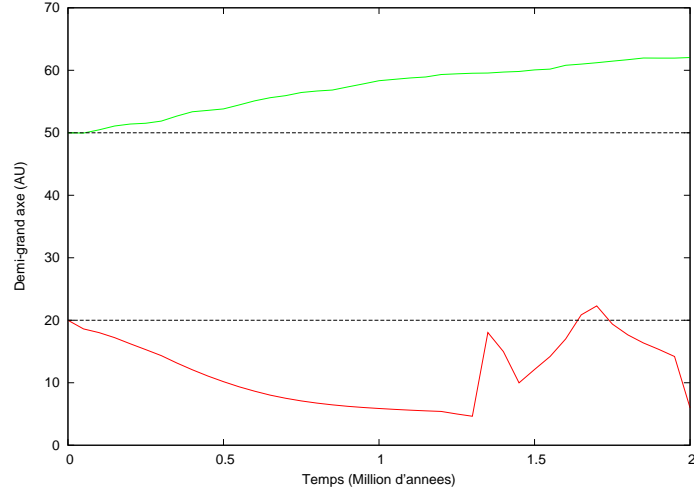


FIG. 7.5: Évolution du demi-grand axe de l'orbite d'une planète lorsque l'on introduit la rétroaction du disque de débris sans la moyenner. La courbe rouge (resp. verte) correspond à un demi-grand initial de 20 UA (resp. 50 AU). Les traits pontillés indiquent la position des bords internes et externes du disque.

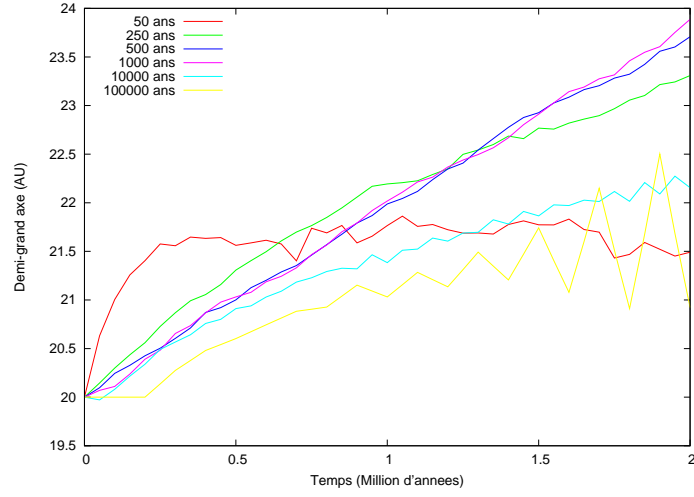


FIG. 7.6: Évolution du demi-grand axe de l'orbite d'une planète lorsque l'on introduit la rétroaction du disque de débris en la moyennant sur différentes périodes.

## 7 Migration fixe ou dynamique ?

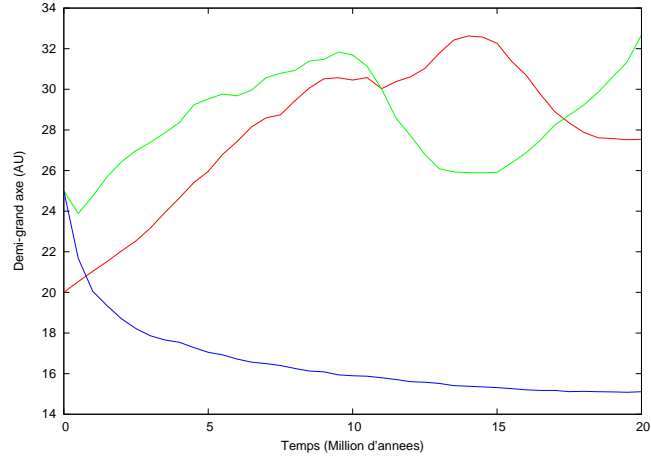


FIG. 7.7: Évolution du demi-grand axe de l'orbite d'une planète avec un disque de 270.6 masses terrestres, identique à celui utilisé dans la figure 2 de Gomes et al. [2004]. La courbe rouge (resp. verte) correspond à un demi-grand axe initial de 20 UA (resp. 25 AU). La courbe bleue correspond à un demi-grand axe initial de 25 UA et à une absence de planète interne éjectant du système les planétésimaux déviés par la planète migrante.

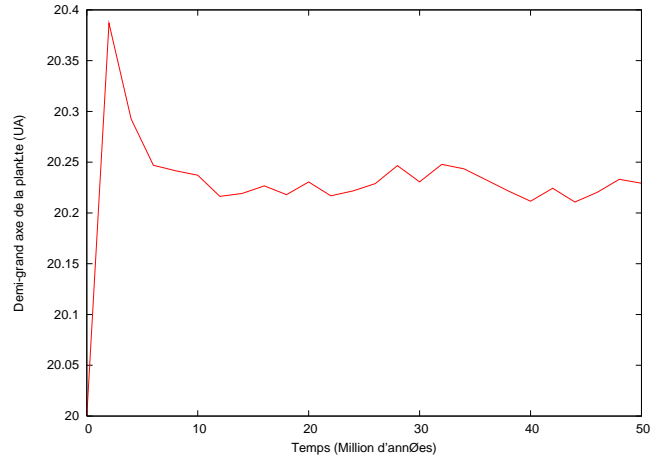


FIG. 7.8: Évolution du demi-grand axe de l'orbite d'une planète avec un disque de 50 masses terrestres, identique à celui utilisé dans la figure 6 de Gomes et al. [2004].

Quatrième partie

Perspectives



## 8 Vers un code collisionnel

Comme discuté plus tôt dans les études sur les système de Véga et de HD 141569, les résultats obtenus sont, en partie, limités par le fait que nous nous restreignons à une modélisation sans collision de la dynamique des particules de poussières. Or, les collisions peuvent influencer directement la dynamique des poussières : même s'il on s'attend à ce que les particules issues des collisions aient une impulsion proche de celle des corps parents, l'accumulation des collisions peut engendrer des effets significatifs sur de longues périodes de temps, comme par exemple sortir d'une résonance de moyen mouvement. De plus, les collisions génèrent des populations de poussières ayant des tailles différentes, sensibles à des forces différentes (la pression de radiation, l'effet Poynting-Robertson ...) et avec des dynamiques donc différentes. Le changement d'allure du disque de Véga aux longueurs d'ondes infrarouges et submillimétriques peut ainsi s'expliquer par une sensibilité différente à la pression de radiation pour les poussières observées. S'il on souhaite tendre vers des études plus réalistes, détaillant les structures fines observées et comparer des observations à différentes longueurs d'ondes, il semble donc nécessaire de prendre en compte les collisions dans nos simulations.

Malheureusement, le traitement des collisions dans un code de simulation à N-corps est assez limité si l'on cherche à traiter le problème de manière exacte. Techniquement, cela revient à interpoler le mouvement de chaque couple de particules entre 2 pas de temps et à vérifier si ces particules se croisent. Même si certaines astuces peuvent être employées, le temps de calcul d'un tel algorithme augmente donc comme  $N^2$ . Cela constitue un premier obstacle dans la faisabilité d'une simulation avec un grand nombre de particules s'achevant en un temps raisonnable. Une fois une collisions repérée, son traitement pose un deuxième problème. Une collision entre 2 particules peut engendrer un grand nombre de particules, de plusieurs dizaines à plusieurs milliers, suivant l'intervalle de tailles considérées. Cela signifie donc que le nombre de particules augmente rapidement. On se retrouve au final avec un nombre de particules qui diverge, ce qui rend irréalisable le traitement exacte des collisions dans un code à N-corps. En revanche, comme le nombre de particules dans un disque de débris est gigantesque, on peut alors chercher à appliquer les méthodes de la physique statistique à ce problème, en espérant obtenir une méthode plus exploitable qu'un code à N-corps. Mais là encore, la complexité du problème rend la recherche de solution difficile, car résoudre une équation de Boltzman dans un espace à 6 dimension n'est pas réalisable techniquement.

Cependant, pour l'une ou l'autre de ces approches, il est malgré tout possible d'obtenir des résultats probants en simplifiant et approximant le traitement des collisions. Ainsi, dans la littérature récente, on peut trouver les travaux de Grigorieva et al. [2007] ou Lithwick and Chiang [2007] pour l'approche code à N-corps. Dans la première étude, il s'agit de simuler une cascade collisionnelle sur une courte période de temps ( $\sim 1000$

ans), en regroupant les particules dans des “super-particules” en moyennant leur dynamique afin de garder un nombre raisonnable de particules, même en tenant compte des collisions. La deuxième étude simplifie le traitement des collisions en se ramenant à un problème à deux dimensions, approximation valable tant qu’il y a équipartition entre l’excentricité et l’inclinaison des orbites des particules. En revanche, les auteurs de cette étude se sont restreints aux collisions inélastiques sans destruction de particules et non donc pas essayer de résoudre le problème de l’explosion du nombre de particules dans un code collisionnel à N-corps. Pour l’approche statistique, on peut citer Thébault and Augereau [2007] ou les nombreux articles de l’équipe de l’Institut d’Astrophysique de Jena (Allemagne) Krivov et al. [2007], Queck et al. [2007], Krivov et al. [2008]. Afin de pouvoir résoudre les équations d’évolutions, les auteurs de ces différentes études se limitent aux systèmes qui permettent de réduire le nombre de degré de liberté : un disque de débris sans planète pour Thébault and Augereau [2007] ou un disque de débris avec une planète sur orbite circulaire pour Krivov et al. [2007].

A l’heure actuelle, nous disposons donc de méthodes à N-corps offrant un traitement détaillé de la dynamique des poussières mais un traitement sommaire des collisions et de méthodes statistiques offrant un traitement bien meilleur des collisions au prix d’une dynamique des particules simplifiée. Pour continuer à progresser dans l’étude dynamique des disque de débris, il faut donc essayer d’obtenir un code numérique permettant un traitement correct à la fois de la dynamique et des collisions. Pour cela, la méthode “Direct Simulation Monte Carlo” (ou DSMC) me semble être une bonne piste à explorer. Elle fut développée par Bird [1976] dans le but d’étudier la dynamique des gaz dilués pour lesquels l’hypothèse de fluide continu des équations de Navier-Stokes n’est plus vérifiée. Les deux hypothèses principales de cette méthode est (I) que l’on peut découpler la dynamique des particules du traitement des collisions et (II) que chaque particule dans la simulation représente un très grand nombre de particules réelles, typiquement un nombre d’Avogadro. L’algorithme en lui-même se décompose ainsi :

- (A) Pas de temps dynamique, où les particules se déplacent sans tenir compte des collisions. On peut ici utiliser n’importe quelle méthode traditionnelle (Euler, Rung-Kutta, symplectique ...) pour intégrer le mouvement des particules
- (B) Traitement des collisions par une approche probabiliste, de type Monte Carlo. L’espace est ainsi découpé en cellules indépendantes dans lesquelles on va faire collisionner des paires de particules. Pour cela, dans chaque cellule, on tire au hasard une paire de particules et on évalue la probabilité qu’elles collisionnent, en fonction seulement de leur vitesse relative. Si ce tirage aléatoire conduit bien à une collision, les vitesses des particules sont donc modifiées en supposant qu’il s’agit d’une collision élastique. Il faut souligner que cette approche probabiliste des collisions se justifie parce que chaque particule de la simulation représente un “nuage” de particules réelles partageant une position et une vitesse voisine. Le nombre de tirage aléatoire de paires de particules dans chaque cellule est fonction du nombre de collisions réelles.
- (C) Une fois que les collisions ont été traitées dans tous les cellules, on recommence un nouveau pas de temps en revenant au point 1.

On peut donc voir que cette méthode intègre de manière précise la dynamique hors collisions des particules, tout en gardant une approche statistique pour les collisions. Elle semble correspondre ainsi très bien à nos attentes. Certes, dans les simulations DSMC traditionnelles, les collisions sont de types élastiques mais rien ne s'oppose à complexifier le traitement des collisions pour permettre la destruction ou l'agrégation des particules, comme c'est le cas pour les particules de poussières des disques de débris. Cela ne devrait pas être un obstacle gênant pour adopter la méthode DSMC à la dynamique des disques circumstellaires. En revanche, on peut se demander si le coût en temps de calcul reste raisonnable et si la précision que l'on peut atteindre dans la description dynamique et collisionnelle du disque est satisfaisante.

Bien que l'on utilise une grille pour traiter les collisions, les simulations de type DSMC ne sont pas soumises à une condition de Courant-Friedrichs-Lewy (Oran et al. [1998]), car le mouvement des particules est intégré de manière précise, indépendamment de la grille. Autrement dit, si l'on utilise des méthodes symplectiques pour la dynamique, on peut toujours garder un pas de temps relativement grand. En revanche, comme le traitement des collisions est probabiliste, il faut assurer un nombre minimum de particules dans les cellules, une vingtaine environ (Oran et al. [1998]), afin d'avoir un bruit stochastique aussi petit que possible. Si l'on prend l'exemple de nos simulations sur HD141569, pour lesquels nous utilisons 50000 particules pour simuler un disque de rayon compris entre 100 et 400 UA avec une épaisseur maximum de 40 UA, il faudrait donc des cellules cubiques de 20UA de côté pour avoir une densité de 20 particules par cellule. Mais comme les pas de temps dynamiques et collisionnels sont facilement parallélisables, on peut envisager de multiplier par 10 le nombre de particules sans augmenter démesurément le temps d'exécution d'une simulation avec un code numérique proprement parallélisé. Cependant, ce nombre minimum de particules par cellule limite la résolution spatiale dans le traitement des collisions. Cela signifie donc que si l'on s'intéresse à la modélisation d'un disque entier, les collisions à l'intérieur des structures aussi fines que des résonances seront probablement mal modélisées. Mais si l'on cherche à étudier plus spécifiquement les résonances, il est tout à fait possible de restreindre les simulations à une petite région du disque, afin d'améliorer la résolution spatiale.

La méthode DSMC semble donc être un bon candidat pour progresser dans la modélisation dynamiques des disques de débris, en tenant compte des collisions. De plus, des codes dynamiques performants comme SWIFT ou SyMBA étant déjà librement disponibles, il ne s'agirait donc que d'y ajouter le traitement des collisions. Ce travail n'est certes pas trivial, mais au vue des résultats qu'il pourrait amener, il serait dommage, pour ne pas dire plus, de ne pas s'y atteler.

# Bibliographie

- O. Absil, E. di Folco, A. Mérand, J.-C. Augereau, V. Coudé Du Foresto, J. P. Aufdenberg, P. Kervella, S. T. Ridgway, D. H. Berger, T. A. Ten Brummelaar, J. Sturmann, L. Sturmann, N. H. Turner, and H. A. McAlister. Circumstellar material in the <ASTROBJ>Vega</ASTROBJ> inner system revealed by CHARA/FLUOR. *A&A*, 452 : 237–244, June 2006. doi : 10.1051/0004-6361 :20054522.
- D. R. Ardila, D. A. Golimowski, J. E. Krist, M. Clampin, J. P. Williams, J. P. Blakeslee, H. C. Ford, G. F. Hartig, and G. D. Illingworth. A Resolved Debris Disk around the G2 V Star HD 107146. *ApJ*, 617 :L147–L150, December 2004. doi : 10.1086/427434.
- D. R. Ardila, S. H. Lubow, D. A. Golimowski, J. E. Krist, M. Clampin, H. C. Ford, G. F. Hartig, G. D. Illingworth, F. Bartko, N. Benitez, J. P. Blakeslee, R. J. Bouwens, L. D. Bradley, T. J. Broadhurst, R. A. Brown, C. J. Burrows, E. S. Cheng, N. J. G. Cross, P. D. Feldman, M. Franx, T. Goto, C. Gronwall, B. Holden, N. Homeier, L. Infante, R. A. Kimble, M. P. Lesser, A. R. Martel, F. Menanteau, G. R. Meurer, G. K. Miley, M. Postman, M. Sirianni, W. B. Sparks, H. D. Tran, Z. I. Tsvetanov, R. L. White, W. Zheng, and A. W. Zirm. A Dynamical Simulation of the Debris Disk around HD 141569A. *ApJ*, 627 :986–1000, July 2005. doi : 10.1086/430395.
- J.-C. Augereau. Structures in Dusty Disks. In J. Beaulieu, A. Lecavelier Des Etangs, and C. Terquem, editors, *ASP Conf. Ser. 321 : Extrasolar Planets : Today and Tomorrow*, pages 305–+, December 2004.
- J.-C. Augereau and H. Beust. On the AU Microscopii debris disk. Density profiles, grain properties, and dust dynamics. *A&A*, 455 :987–999, September 2006. doi : 10.1051/0004-6361 :20054250.
- J. C. Augereau and J. C. B. Papaloizou. Structuring the <ASTROBJ>HD 141569 A</ASTROBJ> circumstellar dust disk. Impact of eccentric bound stellar companions. *A&A*, 414 :1153–1164, February 2004. doi : 10.1051/0004-6361 :20031622.
- J. C. Augereau, R. P. Nelson, A. M. Lagrange, J. C. B. Papaloizou, and D. Mouillet. Dynamical modeling of large scale asymmetries in the beta Pictoris dust disk. *A&A*, 370 :447–455, May 2001. doi : 10.1051/0004-6361 :20010199.
- H. H. Aumann, C. A. Beichman, F. C. Gillett, T. de Jong, J. R. Houck, F. J. Low, G. Neugebauer, R. G. Walker, and P. R. Wesselius. Discovery of a shell around Alpha Lyrae. *ApJ*, 278 :L23–L27, March 1984. doi : 10.1086/184214.

## Bibliographie

- H. Beust. Symplectic integration of hierarchical stellar systems. *A&A*, 400 :1129–1144, March 2003. doi : 10.1051/0004-6361 :20030065.
- H. Beust and A. Morbidelli. Mean-Motion Resonances as a Source for Infalling Comets toward beta Pictoris. *Icarus*, 120 :358–370, April 1996. doi : 10.1006/icar.1996.0056.
- G. A. Bird. Molecular gas dynamics. *NASA STI/Recon Technical Report A*, 76 :40225–+, 1976.
- F. Brauer, C. P. Dullemond, and T. Henning. Coagulation, fragmentation and radial motion of solid particles in protoplanetary disks. *A&A*, 480 :859–877, March 2008. doi : 10.1051/0004-6361 :20077759.
- J. E. Chambers and F. Migliorini. Mercury - A New Software Package for Orbital Integrations. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 29 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 1024–+, July 1997.
- G. Chauvin, A.-M. Lagrange, C. Dumas, B. Zuckerman, D. Mouillet, I. Song, J.-L. Beuzit, and P. Lowrance. Giant planet companion to 2MASSW J1207334-393254. *A&A*, 438 :L25–L28, August 2005. doi : 10.1051/0004-6361 :200500116.
- G. Decin, C. Dominik, L. B. F. M. Waters, and C. Waelkens. Age Dependence of the Vega Phenomenon : Observations. *ApJ*, 598 :636–644, November 2003. doi : 10.1086/378800.
- M. J. Duncan, H. F. Levison, and M. H. Lee. A Multiple Time Step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters. *AJ*, 116 :2067–2077, October 1998. doi : 10.1086/300541.
- R. Gomes, H. F. Levison, K. Tsiganis, and A. Morbidelli. Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. *Nature*, 435 :466–469, May 2005. doi : 10.1038/nature03676.
- R. S. Gomes, A. Morbidelli, and H. F. Levison. Planetary migration in a planetesimal disk : why did Neptune stop at 30 AU? *Icarus*, 170 :492–507, August 2004. doi : 10.1016/j.icarus.2004.03.011.
- J. S. Greaves, M. C. Wyatt, W. S. Holland, and W. R. F. Dent. The debris disc around  $\tau$  Ceti : a massive analogue to the Kuiper Belt. *MNRAS*, 351 :L54–L58, July 2004. doi : 10.1111/j.1365-2966.2004.07957.x.
- A. Grigorieva, P. Artymowicz, and P. Thébault. Collisional dust avalanches in debris discs. *A&A*, 461 :537–549, January 2007. doi : 10.1051/0004-6361 :20065210.
- B. A. S. Gustafson. Physics of Zodiacal Dust. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 22 :553–595, 1994. doi : 10.1146/annurev.earth.22.050194.003005.
- G. W. Henry, G. W. Marcy, R. P. Butler, and S. S. Vogt. A Transiting “51 Peg-like” Planet. *ApJ*, 529 :L41–L44, January 2000. doi : 10.1086/312458.

## Bibliographie

- D. C. Hines, G. Schneider, D. Hollenbach, E. E. Mamajek, L. A. Hillenbrand, S. A. Metchev, M. R. Meyer, J. M. Carpenter, A. Moro-Martín, M. D. Silverstone, J. S. Kim, T. Henning, J. Bouwman, and S. Wolf. The Moth : An Unusual Circumstellar Structure Associated with HD 61005. *ApJ*, 671 :L165–L168, December 2007. doi : 10.1086/525016.
- W. S. Holland, J. S. Greaves, B. Zuckerman, R. A. Webb, C. McCarthy, I. M. Coulson, D. M. Walther, W. R. F. Dent, W. K. Gear, and I. Robson. Submillimetre images of dusty debris around nearby stars. *Nature*, 392 :788–791, April 1998. doi : 10.1038/33874.
- P. Kalas, J. R. Graham, M. C. Clampin, and M. P. Fitzgerald. First Scattered Light Images of Debris Disks around HD 53143 and HD 139664. *ApJ*, 637 :L57–L60, January 2006. doi : 10.1086/500305.
- P. Kalas, G. Duchene, M. P. Fitzgerald, and J. R. Graham. Discovery of an Extended Debris Disk around the F2 V Star HD 15745. *ApJ*, 671 :L161–L164, December 2007a. doi : 10.1086/525252.
- P. Kalas, M. P. Fitzgerald, and J. R. Graham. Discovery of Extreme Asymmetry in the Debris Disk Surrounding HD 15115. *ApJ*, 661 :L85–L88, May 2007b. doi : 10.1086/518652.
- H. Kinoshita, H. Yoshida, and H. Nakai. Symplectic integrators and their application to dynamical astronomy. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 50 :59–71, 1991.
- D. W. Koerner, M. E. Ressler, M. W. Werner, and D. E. Backman. Mid-Infrared Imaging of a Circumstellar Disk around HR 4796 : Mapping the Debris of Planetary Formation. *ApJ*, 503 :L83+, August 1998. doi : 10.1086/311525.
- J. E. Krist, D. R. Ardila, D. A. Golimowski, M. Clampin, H. C. Ford, G. D. Illingworth, G. F. Hartig, F. Bartko, N. Benítez, J. P. Blakeslee, R. J. Bouwens, L. D. Bradley, T. J. Broadhurst, R. A. Brown, C. J. Burrows, E. S. Cheng, N. J. G. Cross, R. Demarco, P. D. Feldman, M. Franx, T. Goto, C. Gronwall, B. Holden, N. Homeier, L. Infante, R. A. Kimble, M. P. Lesser, A. R. Martel, S. Mei, F. Menanteau, G. R. Meurer, G. K. Miley, V. Motta, M. Postman, P. Rosati, M. Sirianni, W. B. Sparks, H. D. Tran, Z. I. Tsvetanov, R. L. White, and W. Zheng. Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Coronagraphic Imaging of the AU Microscopii Debris Disk. *AJ*, 129 : 1008–1017, February 2005. doi : 10.1086/426755.
- A. V. Krivov, M. Queck, T. Löhne, and M. Sremčević. On the nature of clumps in debris disks. *A&A*, 462 :199–210, January 2007. doi : 10.1051/0004-6361 :20065584.
- A. V. Krivov, S. Müller, T. Löhne, and H. Mutschke. Collisional and Thermal Emission Models of Debris Disks : Towards Planetesimal Population Properties. *ArXiv e-prints*, 807, July 2008.

## Bibliographie

- M. J. Kuchner and M. J. Holman. The Geometry of Resonant Signatures in Debris Disks with Planets. *ApJ*, 588 :1110–1120, May 2003. doi : 10.1086/374213.
- M. J. Kuchner and M. Lecar. Halting Planet Migration in the Evacuated Centers of Protoplanetary Disks. *ApJ*, 574 :L87–L89, July 2002. doi : 10.1086/342370.
- H. F. Levison and M. J. Duncan. The long-term dynamical behavior of short-period comets. *Icarus*, 108 :18–36, March 1994. doi : 10.1006/icar.1994.1039.
- H. F. Levison and A. Morbidelli. The formation of the Kuiper belt by the outward transport of bodies during Neptune’s migration. *Nature*, 426 :419–421, November 2003.
- Y. Lithwick and E. Chiang. Collisional Particle Disks. *ApJ*, 656 :524–533, February 2007. doi : 10.1086/510280.
- R. Malhotra. The Origin of Pluto’s Peculiar Orbit. *Nature*, 365 :819–+, October 1993. doi : 10.1038/365819a0.
- M. Mayor and D. Queloz. A Jupiter-Mass Companion to a Solar-Type Star. *Nature*, 378 :355–+, November 1995. doi : 10.1038/378355a0.
- A. Morbidelli, H. F. Levison, R. Gomes, and K. Tsiganis. Origin Of The Structure Of The Kuiper Belt During A Giant Planets Orbital Instability. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, volume 38 of *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, pages #54.03–+, September 2006.
- C. D. Murray and S. F. Dermott. *Solar System Dynamics*. Solar System Dynamics, by C.D. Murray and S.F. Dermott. ISBN 0521575974. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2000., February 2000.
- R. P. Nelson, J. C. B. Papaloizou, F. Masset, and W. Kley. The migration and growth of protoplanets in protostellar discs. *MNRAS*, 318 :18–36, October 2000.
- E. S. Oran, C. K. Oh, and B. Z. Cybyk. Direct Simulation Monte Carlo : Recent Advances and Applications. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30 :403–441, 1998. doi : 10.1146/annurev.fluid.30.1.403.
- M. Queck, A. V. Krivov, M. Sremčević, and P. Thébault. Velocity distributions among colliding asteroids. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, pages 39–+, October 2007. doi : 10.1007/s10569-007-9095-4.
- A. C. Quillen, P. Varnière, I. Minchev, and A. Frank. Driving Spiral Arms in the Circumstellar Disks of HD 100546 and HD 141569A. *AJ*, 129 :2481–2495, May 2005. doi : 10.1086/428954.
- R. Reche, H. Beust, J.-C. Augereau, and O. Absil. On the observability of resonant structures in planetesimal disks due to planetary migration. *A&A*, 480 :551–561, March 2008. doi : 10.1051/0004-6361 :20077934.

## Bibliographie

- G. Schneider, M. D. Silverstone, and D. C. Hines. Discovery of a Nearly Edge-on Disk around HD 32297. *ApJ*, 629 :L117–L120, August 2005. doi : 10.1086/452631.
- B. A. Smith and R. J. Terile. A circumstellar disk around Beta Pictoris. *Science*, 226 : 1421–1424, December 1984.
- K. Y. L. Su, G. H. Rieke, K. A. Misselt, J. A. Stansberry, A. Moro-Martin, K. R. Stapelfeldt, M. W. Werner, D. E. Trilling, G. J. Bendo, K. D. Gordon, D. C. Hines, M. C. Wyatt, W. S. Holland, M. Marengo, S. T. Megeath, and G. G. Fazio. The Vega Debris Disk : A Surprise from Spitzer. *ApJ*, 628 :487–500, July 2005. doi : 10.1086/430819.
- T. Takeuchi and P. Artymowicz. Dust Migration and Morphology in Optically Thin Circumstellar Gas Disks. *ApJ*, 557 :990–1006, August 2001. doi : 10.1086/322252.
- P. Thébault and J.-C. Augereau. Collisional processes and size distribution in spatially extended debris discs. *A&A*, 472 :169–185, September 2007. doi : 10.1051/0004-6361 :20077709.
- E. W. Thommes, G. Bryden, Y. Wu, and F. A. Rasio. From Mean Motion Resonances to Scattered Planets : Producing the Solar System, Eccentric Exoplanets, and Late Heavy Bombardments. *ApJ*, 675 :1538–1548, March 2008. doi : 10.1086/525244.
- S. Tremaine. The distribution of comets around stars. In J. A. Phillips, S. E. Thorsett, and S. R. Kulkarni, editors, *Planets Around Pulsars*, volume 36 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 335–344, January 1993.
- A. J. Weinberger, E. E. Becklin, G. Schneider, B. A. Smith, P. J. Lowrance, M. D. Silverstone, B. Zuckerman, and R. J. Terile. The Circumstellar Disk of HD 141569 Imaged with NICMOS. *ApJ*, 525 :L53–L56, November 1999. doi : 10.1086/312334.
- D. J. Wilner, M. J. Holman, M. J. Kuchner, and P. T. P. Ho. Structure in the Dusty Debris around Vega. *ApJ*, 569 :L115–L119, April 2002. doi : 10.1086/340691.
- J. Wisdom and M. Holman. Symplectic maps for the n-body problem. *AJ*, 102 :1528–1538, October 1991. doi : 10.1086/115978.
- M. C. Wyatt. Resonant Trapping of Planetesimals by Planet Migration : Debris Disk Clumps and Vega’s Similarity to the Solar System. *ApJ*, 598 :1321–1340, December 2003. doi : 10.1086/379064.
- M. C. Wyatt. The insignificance of P-R drag in detectable extrasolar planetesimal belts. *A&A*, 433 :1007–1012, April 2005a. doi : 10.1051/0004-6361 :20042073.
- M. C. Wyatt. Spiral structure when setting up pericentre glow : possible giant planets at hundreds of AU in the HD 141569 disk. *A&A*, 440 :937–948, September 2005b. doi : 10.1051/0004-6361 :20053391.



## Bibliographie

- M. C. Wyatt. Dust in Resonant Extrasolar Kuiper Belts : Grain Size and Wavelength Dependence of Disk Structure. *ApJ*, 639 :1153–1165, March 2006. doi : 10.1086/499487.
- M. C. Wyatt, S. F. Dermott, C. M. Telesco, R. S. Fisher, K. Grogan, E. K. Holmes, and R. K. Piña. How Observations of Circumstellar Disk Asymmetries Can Reveal Hidden Planets : Pericenter Glow and Its Application to the HR 4796 Disk. *ApJ*, 527 :918–944, December 1999. doi : 10.1086/308093.
- M. C. Wyatt, J. S. Greaves, W. R. F. Dent, and I. M. Coulson. Submillimeter Images of a Dusty Kuiper Belt around  $\eta$  Corvi. *ApJ*, 620 :492–500, February 2005. doi : 10.1086/426929.
- H. Yoshida. Recent Progress in the Theory and Application of Symplectic Integrators. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 56 :27–43, March 1993. doi : 10.1007/BF00699717.